

Б. В. ДВОРЯШИН

МЕТРОЛОГИЯ И РАДИОИЗМЕРЕНИЯ

*Допущено
Министерством образования Российской Федерации
в качестве учебного пособия для студентов
высших учебных заведений, обучающихся
по направлению подготовки дипломированных
специалистов «Радиотехника»*

УДК 389(075.8)

ББК 30.10я73

Д243

Рецензенты:

Заслуженный деятель науки РФ, д-р техн. наук, проф. *Б. П. Хромой*;
канд. техн. наук, доцент *А. А. Данилин*;

Заслуженный деятель науки и техники РСФСР, д-р техн. наук,
проф. *Д. Ф. Тартаковский*

Дворяшин Б.В.

Д243 Метрология и радиоизмерения: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Борис Владимирович Дворяшин. — М.: Издательский центр «Академия», 2005. — 304 с.

ISBN 5-7695-2058-2

Излагаются вопросы обеспечения единства радиотехнических измерений. Рассматриваются принципы и методы измерений радиотехнических величин в широком диапазоне частот, принципы построения средств измерений и особенности их применения. Приводятся примеры эталонирования радиотехнических величин. Описываются методы построения автоматизированных средств измерений с использованием встроенных микропроцессорных систем и персональных компьютеров.

Для студентов высших учебных заведений.

УДК 389(075.8)

ББК 30.10я73

*Оригинал-макет данного издания является собственностью
Издательского центра «Академия», и его воспроизведение любым способом
без согласия правообладателя запрещается*

© Дворяшин Б.В., 2005

© Образовательно-издательский центр «Академия», 2005

© Оформление. Издательский центр «Академия», 2005

ISBN 5-7695-2058-2

ОГЛАВЛЕНИЕ

Основные обозначения	3
Предисловие	4
Глава 1. Основные понятия метрологии	5
1.1. Понятие об измерениях	5
1.2. Средства измерений	9
1.3. Метрологическая служба	12
1.4. Государственные испытания, поверка и ревизия средств измерений	15
Глава 2. Погрешности измерений и их математическое описание	19
2.1. Классификация погрешностей	19
2.2. Математические модели погрешностей	22
2.3. Законы распределения погрешностей	28
Глава 3. Расчет погрешности однократных измерений	38
3.1. Принципы нормирования метрологических характеристик средств измерений	38
3.2. Нормирование инструментальной погрешности пределами допускаемой погрешности	41
3.3. Расчет погрешности измерений с учетом методической погрешности	47
3.4. Нормирование погрешностей средств измерений статисти- ческим методом	49
3.5. Погрешности косвенных измерений	52
3.6. Расчет погрешностей косвенных измерений по погрешно- стям прямых измерений	58
3.7. Погрешности при определении положений экстремальных и заданных уровней	60
Глава 4. Оценка некоторых статистических характеристик погрешностей	66
4.1. Свойства оценок. Проверка однородности выборки	66
4.2. Идентификация формы закона распределения погрешностей	69
4.3. Методы исключения грубых погрешностей	74
Глава 5. Расчет погрешности многократных измерений	78
5.1. Метод максимального правдоподобия	78
5.2. Обработка результатов многократных измерений, подчиненных нормальному закону	81

5.3. Учет влияния неисключенных систематических погрешностей	84
5.4. Обработка результатов измерений с погрешностями, подчиненными законам распределения, отличным от нормального	89
5.5. Обработка косвенных измерений	90
Глава 6. Методы уменьшения систематических погрешностей	95
6.1. Стабилизация градуировочной характеристики	95
6.2. Компенсация погрешностей	98
Глава 7. Исследование формы колебаний	108
7.1. Принцип действия электронного осциллографа	108
7.2. Структурная схема осциллографа	114
7.3. Погрешности измерений амплитудных и временных соотношений	119
7.4. Стробоскопическое осциллографирование	122
7.5. Цифровые осциллографы	131
Глава 8. Спектральный анализ колебаний	139
8.1. Последовательный анализ спектров с помощью гетеродинного преобразования	139
8.2. Спектральный анализ с помощью дискретного преобразования Фурье	149
Глава 9. Измерение частоты, временных интервалов и периода повторения	155
9.1. Характеристики образцовой частоты и ее источников	155
9.2. Цифровой электронно-счетный метод измерений временных интервалов и периода повторения	159
9.3. Нониусный метод	165
9.4. Аналоговые методы интерполяции	169
9.5. Цифровой метод измерений частоты	171
9.6. Аналоговые методы измерений частоты и длительности импульсов	176
Глава 10. Измерение разности фаз	183
10.1. Преобразование разности фаз при умножении и преобразовании частоты	183
10.2. Измерение разности фаз путем ее преобразования во временной интервал	190
10.3. Измерение разности фаз путем ее преобразования в постоянное напряжение	193
10.4. Измерение разности фаз методом сравнения	194
Глава 11. Измерение напряжения	201
11.1. Параметры колебаний и методы их измерений	201
11.2. Преобразователи пикового значения	204
11.3. Особенности работы пикового детектора при импульсном сигнале	209
11.4. Интегральные параметры импульсов	211
11.5. Преобразователи средневыврямленного значения	213
11.6. Преобразователи среднеквадратического значения	216

11.7. Цифровые методы измерений постоянного напряжения ...	219
11.8. Метод двойного интегрирования	222
Глава 12. Измерение мощности	232
12.1. Особенности измерений мощности	232
12.2. Тепловые методы измерений мощности	235
12.3. Термоэлектрический метод измерений мощности	239
12.4. Метод терморезисторов	240
Глава 13. Измерение параметров цепей с сосредоточенными постоянными	247
13.1. Параметры цепей	247
13.2. Мостовые методы измерений	249
13.3. Резонансные методы измерений	254
13.4. Преобразование измеряемого сопротивления в напряжение	259
Глава 14. Измерение параметров и характеристик цепей с распределенными постоянными	266
14.1. Измеряемые параметры и методы их измерений	266
14.2. Измерительная линия	268
14.3. Измерения положения минимума поля и длины волны ...	271
14.4. Измерение коэффициента стоячей волны	274
14.5. Методы измерений на основе направленных ответвителей	275
14.6. Метод измерительного 12-полюсника	277
Глава 15. Автоматизация радиоизмерений	282
15.1. Классификация автоматизированных средств измерений ...	282
15.2. Стандартные интерфейсы	283
15.3. Интерфейс МЭК 625.1	284
15.4. Микропроцессорные средства измерений	285
15.5. Компьютерно-измерительные системы	287
Приложение. Метрологические характеристики некоторых средств измерений	291
Список литературы	294

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

X	— истинное значение измеряемой величины
X_d	— действительное значение измеряемой величины
X_k	— конечное значение шкалы
x	— результат измерений
$x_{и}$	— исправленный результат измерений
\hat{x}	— оценка измеряемой величины
$x_{ц}$	— граница цензурирования
x_i	— результат однократного измерения (наблюдения)
Δ	— абсолютная погрешность измерения
$\Delta_{и}$	— инструментальная погрешность
$\Delta_{м}$	— методическая погрешность
$\Delta_{п}$	— предельная погрешность
$\Delta_{о.п}$	— основная предельная погрешность
$\Delta_{д.п}$	— дополнительная предельная погрешность
$\Delta_{г}$	— граничная погрешность
$\Delta_{г1}$	— нижнее значение граничной погрешности
$\Delta_{г2}$	— верхнее значение граничной погрешности
$\Delta_{ин}$	— погрешность дискретизации в начале измеряемого интервала
$\Delta_{ик}$	— погрешность дискретизации в конце измеряемого интервала
$\Delta_{д}$	— общая погрешность дискретизации
$\Delta_{л}$	— погрешность линейной аппроксимации
δ	— относительная погрешность
γ	— приведенная погрешность
ε	— случайная погрешность
θ	— систематическая погрешность
σ	— среднее квадратическое отклонение

ПРЕДИСЛОВИЕ

Основной особенностью книги по сравнению с ранее изданными учебными пособиями является более полное отражение вопросов метрологии применительно к конкретным задачам оценки точности измерений. Подробно рассмотрены способы математического описания погрешностей, обоснована методика расчетов погрешностей прямых и косвенных измерений при разных способах задания метрологических характеристик средств измерений. Анализ погрешностей не ограничен подходом, основанным на предположении о нормальном (гауссовом) распределении погрешностей, а рассмотрены и встречающиеся на практике случаи негауссовой погрешности.

В книге описаны перспективные методы измерений. Подробно рассмотрены современные методы осциллографических измерений, включая стробоскопическое осциллографирование и метод рандомизированной периодической дискретизации. Описаны автокорреляционный метод измерения импульсов пикосекундной длительности и метод измерений интегральных параметров импульсов.

Теоретический анализ погрешностей измерений сопровождается практическими рекомендациями по их расчету, что способствует приобретению студентами устойчивых навыков оценки погрешностей в реальных условиях. Приведено большое количество числовых примеров и задач для самостоятельного решения. Каждая глава завершается основными выводами и контрольными вопросами.

Материал книги основан на курсе лекций, читаемых на радиотехническом факультете Московского энергетического института.

Автор благодарен сотрудникам факультета за полезные замечания по улучшению качества рукописи и особо признателен проф. В. Н. Кулешову и Н. Н. Удалову за внимание и поддержку на всех этапах подготовки рукописи.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МЕТРОЛОГИИ

1.1. ПОНЯТИЕ ОБ ИЗМЕРЕНИЯХ

Метрология — наука об измерениях, о методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности. Под *единством измерений* понимают такое их состояние, при котором результаты измерений выражены в узаконенных единицах величин, и погрешности измерений не выходят за установленные границы с заданной вероятностью.

Метрология изучает широкий круг вопросов, связанных как с теоретическими проблемами (теоретическая метрология), так и с задачами практики (практическая метрология). К основным разделам метрологии относятся: общая теория измерений, единицы физических величин и их системы, методы и средства измерений физических величин, методы оценки точности измерений, методы эталонирования. На основании теоретических положений метрологии обоснованы и стандартизированы практические рекомендации, регламентирующие все стороны измерений (законодательная метрология).

Измерениями называют совокупность операций по применению технического средства, хранящего единицу физической величины, которые обеспечивают нахождение соотношения измеряемой величины с ее единицей и получение значения этой величины. Таким образом, измерение можно определить как экспериментальное нахождение отношения измеряемой физической величины к другой однородной величине, принятой за единицу.

Физической величиной называют свойство, общее в качественном отношении для многих объектов, но в количественном отношении индивидуальное для каждого. Например, физическими величинами являются длина, электрический ток, напряжение, индуктивность. Количественное содержание физической величины, характеризующее конкретный объект, называют *размером* физической величины (размером величины). Оценку физической величины в виде некоторого числа принятых для нее единиц называют *значением* физической величины.

Для обозначения частных особенностей физических величин применяют термин *параметр*. Например, конденсатор характеризуют емкостью, а его параметрами можно считать тангенс угла потерь, температурный коэффициент емкости, индуктивность вво-

дов. Иногда параметром называют измеряемую физическую величину — амплитуду, фазу, частоту.

Различают *истинное, действительное и измеренное* значения физической величины. Истинное значение идеальным образом отражает в количественном и качественном отношениях соответствующие свойства объекта, и его стараются найти при измерениях. Однако из-за неизбежных погрешностей измерений истинное значение получить не удастся. На практике вместо истинного значения экспериментально определяют действительное значение, настолько приближающееся к истинному значению, что может быть использовано вместо него. Измеренное значение получают по данным эксперимента.

Средства измерений. Применяемое при измерениях техническое средство, имеющее нормированные метрологические характеристики (характеристики, влияющие на точность измерений), воспроизводящее или хранящее единицу физической величины, размер которой принимают неизменным (в пределах установленной погрешности) в течение известного интервала времени, называют *средством измерений* (СИ). К средствам измерений относят эталоны физических величин, меры, измерительные приборы, измерительные преобразователи, измерительно-вычислительные комплексы (ИВК), компьютерно-измерительные системы (КИС) и измерительные информационные системы (ИИС).

Измерительный преобразователь — структурный элемент более сложных средств измерений, имеющий самостоятельные метрологические характеристики. Различают первичные, передающие, промежуточные и масштабные преобразователи. Первичные преобразователи называют датчиками.

На основе нескольких измерительных преобразователей создают измерительные приборы и меры. Измерительный прибор предназначен для образования выходного сигнала в форме, доступной для непосредственного восприятия наблюдателем. Измерительные приборы делят на *аналоговые и цифровые*. Показание аналогового прибора является непрерывной функцией измеряемой величины. К аналоговым относят, например, приборы со стрелочными указателями. Цифровые приборы вырабатывают дискретный сигнал измерительной информации в цифровой форме.

Мера служит для воспроизведения физической величины заданного размера. Так, мерами являются образцовая катушка индуктивности или образцовый конденсатор переменной емкости.

Измерительно-вычислительные комплексы представляют собой совокупность средств измерений и компьютера, объединенных с помощью устройств сопряжения и предназначенных для измерений, научных исследований и расчетов. Такие же функции выполняют КИС, построенные на основе компьютеров, дополненных измерительными модулями.

Измерительные информационные системы — совокупность функционально объединенных измерительных, вычислительных и других вспомогательных технических средств, предназначенных для получения измерительной информации, ее преобразования и обработки в целях представления в удобном потребителю виде либо автоматического осуществления контроля, диагностики или идентификации.

В настоящее время получают распространение приборы, состоящие из персонального компьютера, дополненного платой сбора данных, содержащей аналогово-цифровой преобразователь (АЦП) и образцовые меры. Плата обеспечивает преобразование аналогового измерительного сигнала в цифровой, функции его обработки выполняет компьютер. Для наглядного отображения информации и удобства управления процессом измерений на экране монитора воспроизводят лицевую панель измерительного прибора со всеми элементами настройки, управление которыми производят с клавиатуры компьютера или «мышью». Такие приборы называются виртуальными.

Классификация измерений. По способу получения результата измерения подразделяют на *прямые, косвенные, совместные и совокупные*.

Прямыми называются измерения, при которых искомое значение величины находят непосредственно из опытных данных. К ним, например, относится измерение напряжения с помощью вольтметра или измерение интервала времени с помощью измерителя временных интервалов.

При косвенных измерениях искомое значение Y величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами X_1, X_2, \dots, X_n , измеряемыми посредством прямых измерений: $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$.

Например, к косвенным относится измерение рассеиваемой на резисторе мощности $P = U^2/R$ по результатам прямых измерений напряжения U и сопротивления резистора R .

Совместные измерения состоят в одновременном измерении двух или нескольких неоднородных величин для нахождения зависимости между ними. Примером совместных измерений может служить получение зависимости сопротивления резистора от его температуры.

Совокупными называют производимые одновременно измерения нескольких однородных величин, при которых искомое значение находят из решения системы уравнений, получаемых при прямых измерениях различных сочетаний этих величин. Измерения, связанные с обработкой измерительной информации, такие как косвенные, совместные и совокупные, часто выполняют с помощью средств измерений, сопряженных со средствами вычислительной техники, например ИВК или КИС. В этом случае процессы получения экспериментальных данных и их обработка авто-

матизированы, на отсчетном устройстве индицируется результат расчетов.

Погрешности измерений. Значение измеряемой величины наблюдатель оценивает по *показанию* СИ, которое считывают с показывающего (отсчетного) устройства. В цифровых приборах это цифровое табло (дисплей). В приборах со стрелочным указателем показание отсчитывают по ближайшей к стрелке отметке шкалы, иногда учитывают и доли деления, применяя интерполяцию на глаз.

По показанию определяют результат измерений — значение физической величины, полученное путем ее измерения и представленное неименованным или именованным числом. Если измерения произведены один раз (однократно) и их не требуется корректировать, то показание часто принимают за результат измерений.

В общем случае результат может отличаться от показания. Это имеет место при проведении многократных измерений, когда результат измерений получают, например, как среднеарифметическое результатов отдельных измерений. Совместно с результатом измерений в случае необходимости приводят и данные, характеризующие условия проведения эксперимента, а также погрешности.

Отклонение результата измерений x от истинного значения X измеряемой величины называется абсолютной погрешностью результата измерений или *абсолютной погрешностью измерений*:

$$\Delta = x - X. \quad (1.1)$$

Это соотношение является исходным для теоретического анализа погрешностей. На практике же из-за невозможности определить истинное значение вместо него берут действительное значение измеряемой величины, например среднеарифметическое результатов многократных измерений.

Погрешность измерений иногда удобно характеризовать ее относительным значением

$$\delta = \frac{\Delta}{X} \approx \frac{\Delta}{x}.$$

Поскольку абсолютная погрешность мала по сравнению с результатом измерений, то можно считать $x \approx X$. Относительную погрешность чаще всего выражают в процентах, иногда в децибелах.

Измерения можно характеризовать их точностью — близостью результата измерения к истинному значению. Точность измерений является качественной величиной: чем выше точность, тем с меньшей погрешностью проведены измерения. Понятие точности используется для сравнительной качественной характеристики различных измерений или СИ. В литературе иногда встречается и количественное определение точности как обратной величины мо-

дуля относительной погрешности. Так, если $\delta = 10^{-3}$, то точность равна 10^3 . Чем выше точность, тем с меньшей погрешностью проведено измерение.

По точности измерения подразделяются на лабораторные и технические. Лабораторные (метрологические, эталонные) измерения преимущественно проводят при научных исследованиях и принимают меры повышения точности, например, посредством многократных измерений. Погрешности измерений находят в ходе самого эксперимента или при обработке его результатов. Лабораторные измерения обычно проводит персонал высокой квалификации.

Технические измерения осуществляют в заданных условиях по определенной методике выполнения измерений. Методику заранее разрабатывают, причем в ней нормируют (задают) погрешности. В ходе самих измерений никаких исследований погрешностей не проводят, ее оценивают по паспортным данным средств измерений. Нормированные таким способом погрешности справедливы для любого случайным образом выбранного экземпляра средств измерений данного типа. Технические измерения являются массовыми, их часто проводит персонал средней квалификации.

Погрешность технических измерений в зависимости от характеристик применяемых средств измерений и методики измерений меняется в широких пределах. С наименьшей относительной погрешностью $10^{-6} \dots 10^{-9}$ могут быть измерены временные параметры сигнала, например частота или временные интервалы. Погрешность измерений на СВЧ может достигать 10...20 %.

1.2. СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ

Средства измерений классифицируют по принципам действия, построения и виду измеряемой величины. Важное значение имеют их метрологические характеристики.

Электромеханические и электронные приборы. Используемые при электрорадиоизмерениях приборы по принципу действия можно разделить на электромеханические и электронные. К электромеханическим относят приборы, основанные на взаимодействии полей, чаще всего магнитных. Электромеханические приборы применяют в основном для измерений в цепях постоянного тока и токов промышленной частоты, обычно с погрешностью 1...4 %. Существуют и более точные электромеханические приборы, обеспечивающие погрешность 0,1...0,2 %. Достижение такой точности связано со значительным удорожанием приборов.

Электромеханические приборы магнитоэлектрической системы используются в измерительной практике как составная часть тестеров для измерений напряжения, тока и сопротивления на постоянном токе или на низких частотах.

При радиотехнических измерениях применяют электронные приборы, построенные на основе активных элементов: транзисторов, диодов и интегральных микросхем. В аналоговых электронных приборах в качестве показывающего устройства часто используют магнитоэлектрические приборы или электронно-лучевые трубки (ЭЛТ), а в цифровых — различные цифровые показывающие устройства.

Измерительные приборы прямого преобразования и сравнения.

Измерительные приборы характеризуют функцией преобразования — зависимостью выходного сигнала y от входного x , т. е. $y = f(x)$ в статическом режиме при неизменном во времени измерительном сигнале. В литературе функцию преобразования часто называют градуировочной характеристикой.

По принципу построения различают измерительные приборы *прямого преобразования* и *средства сравнения*. Приборы прямого преобразования реализуют метод непосредственной оценки измеряемой величины. Они состоят из последовательно соединенных измерительных преобразователей (рис. 1.1). Для описания линейных преобразователей удобно пользоваться коэффициентом передачи. Общий коэффициент передачи прибора прямого преобразования

$$K = \frac{y}{x} = K_{\Pi} = \prod_{i=1}^n K_i, \quad (1.2)$$

где y и x — выходной и входной сигналы; K_{Π} — коэффициент передачи последовательно включенных преобразователей; K_i ($i = 1, 2, \dots, n$) — коэффициенты передачи измерительных преобразователей.

Средства измерений сравнения реализуют метод сравнения измеряемой величины с величиной, воспроизводимой мерой. Их строят по структурной схеме, показанной на рис. 1.2. Цепь прямого преобразования, состоящая из последовательно включенных измерительных преобразователей, охвачена отрицательной обратной

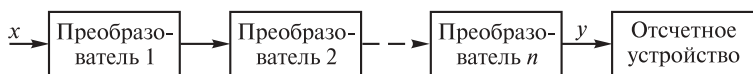


Рис. 1.1. Структурная схема прибора прямого преобразования

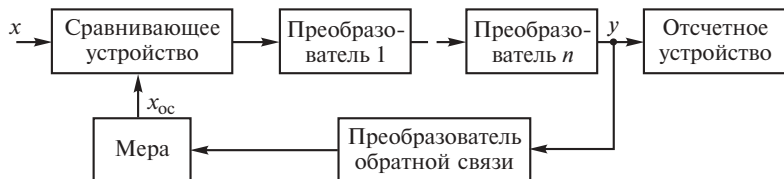


Рис. 1.2. Структурная схема прибора сравнения

связью. Обратную связь реализует преобразователь обратной связи, управляющий мерой. Сравнивающее устройство обычно производит вычитание сигнала обратной связи $x_{o.c}$ из входного сигнала x , так что выходной сигнал средства измерений

$$y = K_{\Pi}(x - x_{o.c}). \quad (1.3)$$

Сигнал обратной связи

$$x_{o.c} = K_{o.c}y, \quad (1.4)$$

где $K_{o.c}$ — коэффициент передачи цепи обратной связи.

Средства измерений сравнения могут быть реализованы с полным и неполным уравниванием. При полном уравнивании $x = x_{o.c}$ и, следовательно, $y = x/K_{o.c}$, а коэффициент передачи

$$K = 1/K_{o.c}. \quad (1.5)$$

Коэффициент передачи такого средства измерений полностью определяется коэффициентом обратной связи $K_{o.c}$ и не зависит от коэффициента передачи цепи прямого преобразования. Метод измерений, при котором $x = x_{o.c}$, называют *нулевым*.

Если уравнивание неполное, то реализуется *дифференциальный* метод, при котором измеряется разность $x - x_{o.c}$. При этом выходной сигнал получают из совместного решения уравнений (1.3) и (1.4):

$$y = K_{\Pi}x / (1 + K_{\Pi}K_{o.c}). \quad (1.6)$$

Обычно $K_{\Pi}K_{o.c} > 1$, поэтому $y \approx x/K_{o.c}$, и $K \approx 1/K_{o.c}$. Следовательно, коэффициент передачи прибора сравнения практически не зависит от коэффициента передачи цепи прямого преобразования, а определяется цепью обратного преобразования. *Метод замещения* основан на сравнении измеряемой величины с мерой известной величины.

Средства измерений чаще всего имеют комбинированную структуру и содержат несколько внутренних цепей обратной связи, а также преобразователи, не охваченные обратной связью.

Система обозначений средств измерений. Электронные радиоизмерительные средства измерений обозначают несколькими символами. Первый символ — буква русского алфавита — характеризует измеряемый параметр или назначение средства измерений. Так, буквой В обозначают вольтметры, буквой Ч — частотомеры, С — осциллографы, Ф — фазометры, М — ваттметры, Г — генераторы.

Второй символ в обозначении прибора — цифра — конкретизирует назначение прибора. В каждой подгруппе приборы подразделяют на несколько видов в зависимости от выполняемой функции. Например, в подгруппе В различают: В1 — установки или приборы для поверки вольтметров; В2 — вольтметры постоянного тока; В3 — вольтметры переменного тока; В4 — импульсные вольтметры.

Третий символ указывает номер модели. В комбинированных приборах после буквы, обозначающей основной измеряемый параметр, добавляют букву К. Если прибор подвергался модификации, то после номера модели добавляют букву А, а если модификаций было две, то добавляют букву Б.

Принятая классификация не распространяется на некоторые электроизмерительные приборы и эталонными средствами измерений. Так, вольтметры, частотомеры и другие измерительные приборы в этом случае обозначают буквами Р, Ф или Щ и несколькими цифрами, от двух до четырех. Одной и той же буквой могут обозначаться приборы разного назначения, например Ф4327 — анализатор спектра, Ф200 — цифровой вольтметр, Ф4206 — цифровой омметр, Ф5034 — частотомер.

В настоящее время используют большое количество импортных средств измерений, выпущенных различными фирмами, для которых нет единой системы обозначений.

1.3. МЕТРОЛОГИЧЕСКАЯ СЛУЖБА

Для решения основной задачи метрологии — обеспечения единства измерений — существует метрологическая служба. Ее организационная структура включает в себя сеть научно-исследовательских метрологических институтов, промышленных предприятий и центров стандартизации и метрологии, рассредоточенных по территории страны для метрологического обслуживания измерительной техники без массовых дальних перевозок.

Меры обеспечения единства измерений. Для обеспечения единства измерений реализуют следующие научно-технические, методические и административные мероприятия:

- использование законодательно установленной системы единиц физических величин, разрешенных для применения. Она основана на системе единиц СИ, дополненной некоторыми другими единицами;
- разработка и применение эталонов единиц физических величин, воспроизводящих единицы в соответствии с их определением. Парк эталонов составляет материальную основу обеспечения единства измерений и повышения их точности;
- использование только аттестованных данных о физических константах и физико-химических свойствах материалов и веществ;
- государственные испытания при разработке, выпуске и импорте приборов. К обращению в стране допускаются только приборы при условии удовлетворения ими определенных метрологических требований;
- периодическая поверка находящихся в обращении средств измерений. Изъятие из обращения неисправных приборов;

- измерения и поверка приборов строго в соответствии с аттестованными методами измерений и поверки. Погрешность измерений должна быть известна;
- метрологический надзор и контроль над состоянием и применением средств измерений.

Нормативно-правовой основой метрологического обеспечения научной и производственной деятельности является Государственная система обеспечения единства измерений (ГСИ). Она представляет собой совокупность нормативно-технических документов, регламентирующих номенклатуру единиц физических величин, методы воспроизведения заданного размера физических величин, их передачу рабочим средствам измерений, метрологические характеристики средств измерений, оформление и представление средств измерений. Основными документами являются государственные стандарты. Более низкий статус имеют руководящие документы, рекомендации, правила и технические условия.

Система единиц. В нашей стране, как и в большинстве стран мира, принята Международная система единиц СИ. Основными единицами системы являются метр, килограмм, секунда, ампер, кельвин, кандела, моль, а дополнительными — радиан, стерadian. Производные единицы — вольт, ватт, джоуль и другие — образуют из основных и дополнительных на основе зависимостей, связывающих эти параметры. Например, количество электричества определяют произведением тока на время.

Допускаются к использованию и широко распространены также некоторые другие единицы, которые оказались удобными в некоторых областях или сохранились в силу традиций. К таким единицам относятся единицы плоского угла (градус, минута, секунда), единица давления (мм рт. ст.).

Эталоны единиц физических величин. Для обеспечения единства измерений следует иметь средства измерений, воспроизводящие и хранящие размеры единиц физических величин, а также передавать эти единицы рабочим средствам измерений. Воспроизведение физических величин с высшей точностью осуществляют с помощью эталонов единиц физических величин, обеспечивающих единообразие мер и единство измерений.

В зависимости от их назначения различают несколько видов эталонов. *Первичным* называют эталон, обеспечивающий воспроизведение единицы физической величины с наивысшей в стране точностью. *Специальные эталоны* воспроизводят единицу в особых условиях, в которых первичный эталон неработоспособен. Например, первичный эталон воспроизводит единицу ЭДС и напряжения на постоянном токе. Эталоны ЭДС и напряжения для диапазонов частот 20 Гц ... 30 МГц и 30 МГц ... 3 ГГц являются специальными. Эталоны, воспроизводящие единицу одной и той же физической величины в разных диапазонах частот, значительно отли-

чаются по своей структуре и могут строиться на различных принципах измерений.

Первичные или специальные эталоны, официально утвержденные в качестве исходных для страны, называют *государственными*. Прикладная метрологическая деятельность осуществляется обычно с помощью вторичных эталонов, эталонов-свидетелей, эталонов сравнения и рабочих эталонов.

Эталон-свидетель служит для проверки сохранности государственного эталона или его замены в случае порчи или утраты. Эталон сравнения предназначен для передачи воспроизводимого первичным эталоном размера при сличении (сравнении) эталонов, которые не могут быть сличены друг с другом из-за невозможности их перевозки.

Рабочий эталон предназначен для передачи размера физической единицы рабочим средствам измерений. В литературе встречается и устаревшее название рабочих эталонов — образцовые средства измерений.

В настоящее время в нашей стране существует более 140 первичных и специальных эталонов. Характеристики некоторых из них приведены в табл. 1.1.

Для воспроизведения единицы в широком диапазоне частот приходится создавать несколько эталонов. Например, для напряжения разработано три эталона.

С наименьшей погрешностью воспроизводятся время и частота. Погрешности воспроизведения основных параметров, таких как сила тока, напряжение, сопротивление, резко, иногда на два-три порядка, возрастают с увеличением рабочей частоты, причем по-

Таблица 1.1. Эталоны и их характеристики

Физическая величина	Диапазон значений	Диапазон частот или рабочая частота	Предельная погрешность воспроизведения
Время	$10^{-9} \dots 10^8$ с	—	$2 \cdot 10^{-13}$
Частота	$1 \dots 10^{16}$ Гц	—	—
ЭДС	0,1 ... 1 В	Постоянная $20 \dots 3 \cdot 10^7$ Гц $30 \dots 3000$ МГц	$1 \cdot 10^{-6}$ $2 \cdot 10^{-4}$ $3 \cdot 10^{-2}$
Емкость	— —	1 кГц 1 ... 100 МГц	$5 \cdot 10^{-7}$ $1 \cdot 10^{-4}$
Индуктивность	—	1 кГц	$5 \cdot 10^{-6}$

грешность воспроизведения может возрасти до нескольких процентов.

Возрастающие требования к точности измерений в различных областях народного хозяйства стимулируют создание новых специальных эталонов и увеличение точности уже существующих. При разработке эталонов стремятся использовать стабильные физические явления и процессы, воспроизведение которых обеспечивается фундаментальными законами физики и мало зависит от конкретных особенностей построения эталонов. Примером такого подхода является утвержденный в 1983 г. Государственный первичный эталон времени и частоты, основанный на резонансном поглощении электромагнитной волны атомами цезия.

Эталоны различных физических величин стараются строить так, чтобы они образовывали взаимосвязанную систему. Такие связи устанавливаются за счет использования первичных эталонов основных физических величин. Например, специальные эталоны мощности электромагнитных колебаний на СВЧ и мощности в оптическом диапазоне связаны между собой, так как их аттестуют по напряжению и сопротивлению на постоянном токе. Эталоны одной и той же физической величины для разных диапазонов частот сличают на перекрывающихся границах рабочих диапазонов.

1.4. ГОСУДАРСТВЕННЫЕ ИСПЫТАНИЯ, ПОВЕРКА И РЕВИЗИЯ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

Важнейшими мерами по обеспечению определенного метрологического уровня разрабатываемых, выпускаемых и находящихся в эксплуатации средств измерений являются испытания, поверка и ревизия.

Государственные испытания. Государственным испытаниям подвергают образцы средств измерений, предназначенных к серийному производству, а также ввозу из-за границы. В ходе испытаний устанавливают соответствие реальных метрологических характеристик средств измерений техническим нормам и современному уровню развития измерительной техники.

Существуют *приемочные* и *контрольные* испытания. Государственным приемочным испытаниям подвергают опытные образцы средств измерений нового типа, предназначенных для серийного производства, а также образцы средств измерений, ввозимых из-за границы. Положительные результаты приемочных испытаний служат основанием для выдачи разрешения на серийное производство средств измерений, а для импортируемых средств измерений — на ввоз партии.

Цель контрольных испытаний заключается в проверке соответствия характеристик уже выпускаемых или импортируемых средств

измерений требованиям нормативно-технической документации. Контрольные испытания проводят по истечении срока действия разрешения на серийное производство средств измерений, при внесении изменений в конструкцию и технологию производства средств измерений, влияющих на метрологические характеристики. По результатам контрольных испытаний принимают решение о продолжении выпуска, об устранении обнаруженных недостатков или о запрещении выпуска.

Поверка и ее виды. Поверкой средств измерений называют установление органами государственной метрологической службы пригодности СИ к применению на основании экспериментально определяемых метрологических характеристик и подтверждения их соответствия установленным обязательным требованиям. По результатам поверки делают вывод о пригодности или непригодности средств измерений к эксплуатации.

Различают *государственную* и *ведомственную* поверку. Государственной поверке подлежат рабочие эталоны, средства измерений, используемые при проведении государственных испытаний, а также средства измерений, используемые при учете материальных ценностей, топливно-энергетических ресурсов, в торговле и медицине. Конкретная номенклатура средств измерений, подлежащих государственной поверке, утверждается Госстандартом.

Ведомственную поверку проходят все находящиеся в эксплуатации средства измерений, не подлежащие государственной поверке. Не подвергаются поверке средства измерений, используемые в учебных целях, а также применяемые как индикаторы для установления не количественных соотношений, а только факта изменения значения физической величины.

Поверку средств измерений проводят при их выпуске, после ремонта, при вводе в эксплуатацию после длительного срока хранения, при проведении инспекции или экспертизы.

Для поддержания средств измерений в исправном состоянии важнейшее значение имеет *периодическая* поверка. Эксплуатационные свойства средств измерений зависят от их надежности — способности сохранять свои характеристики в заданных пределах в течение определенного интервала времени. Надежность характеризуют вероятностью безотказной работы средств измерений. Отказы в радиоизмерительной аппаратуре проявляются в частичной или полной потере свойств прибора и по характеру проявления делятся на *явные* и *скрытые*.

Явные отказы обычно возникают внезапно, и их сразу же обнаруживает оператор. Прибор снимают с эксплуатации и ремонтируют. Скрытые отказы проявляются в постепенном ухудшении метрологических характеристик прибора. Оператор этого не замечает, и с момента появления скрытого отказа эксплуатируется неисправный прибор. Поэтому скрытые отказы наиболее опасны. Разли-

чают несколько методов поверки средств измерений. При комплектной поверке поверяют средство измерений в целом. Такая поверка дает наиболее достоверную информацию о метрологических характеристиках средств измерений и проста по выполнению. Во всех случаях, когда это возможно, комплектной поверке отдают предпочтение. Если комплектную поверку реализовать нельзя, прибегают к поэлементной поверке. В ходе поверки экспериментально определяют погрешности отдельных структурных элементов средства измерений, а общую погрешность находят расчетным путем.

В основе поверок лежит передача размера единиц физических величин от первичных эталонов к рабочим средствам измерений. С помощью первичного эталона поверяют рабочие эталоны. Рабочие эталоны служат для поверки рабочих средств измерений. Во многих случаях в зависимости от их точности рабочие эталоны подразделяют на разряды.

Поверка является строго регламентированной операцией, проводимой по определенной методике, устанавливаемой *поверочной схемой*. В ней указывают, какие средства измерений должны применяться и какими методами следует руководствоваться.

Поверочная схема является нормативным документом, устанавливающим взаимодействие средств измерений по передаче размера физической величины от эталона к рабочим средствам измерений.

Метрологическая ревизия и метрологическая экспертиза. Метрологическая ревизия заключается в определении соответствия средств измерений и применяемых методик измерений требованиям народного хозяйства и уровня метрологического обеспечения производства. По результатам метрологической ревизии составляют рекомендации по изъятию средств измерений, признанных негодными для применения, а также предложения по устранению отмеченных недостатков.

Метрологическую экспертизу проводят тогда, когда возникают спорные вопросы о метрологических свойствах средств измерений, методах и средствах поверки, исправности средств измерений и их пригодности к измерениям, по письменному требованию органов суда, прокуратуры, государственного арбитража, а также по письменному заявлению предприятия.

Основные выводы

По способу получения результата измерения подразделяют на прямые, косвенные, совместные и совокупные.

Измерительные приборы прямого преобразования реализуют метод непосредственной оценки измеряемой величины, а приборы сравнения — метод сравнения измеряемой величины с мерой.

Эталоны воспроизводят значение физической величины с наивысшей точностью. Погрешности эталонов различных физических величин существенно различаются. Наименьшую погрешность порядка 10^{-13} имеет эталон времени и частоты. Погрешности воспроизведения единиц силы тока, напряжения и емкости резко возрастают с увеличением частоты.

Метрологическая служба осуществляет комплекс мер, направленных на обеспечение единства измерений в целях повышения эффективности производства и научных исследований.

Метрологический надзор за средствами измерений осуществляют путем поверки, ревизии и экспертизы средств измерений.

Контрольные вопросы

1. Чем отличаются понятия истинного, действительного и измеренного значений физической величины?
2. Перечислите виды средств измерений. Чем отличается измерительный прибор от преобразователя и меры?
3. Как подразделяют измерения по способу получения результата?
4. Постройте структурные схемы средств измерений прямого преобразования и сравнения и запишите соотношения для коэффициентов передачи.
5. Назовите порядок значений предельных погрешностей воспроизведения соответствующими эталонами времени и частоты, ЭДС и силы тока для разных диапазонов частот.
6. Перечислите основные направления деятельности метрологической службы. Какова организационная структура метрологической службы?
7. В чем заключаются приемочные и контрольные испытания?
8. Определите понятие поверки средств измерений и охарактеризуйте виды поверки.
9. Что такое поверочная схема?
10. Чем отличается метрологическая ревизия от метрологической экспертизы и поверки?

ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ И ИХ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ

2.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Общую погрешность измерений можно представить как совокупность составляющих с разными свойствами. Методы анализа погрешностей основаны на математическом описании отдельных составляющих, что позволяет оценивать общую погрешность.

Погрешности классифицируют по различным признакам: по причине возникновения, по закономерности проявления и в зависимости от скорости изменения измеряемой величины.

Методическая, инструментальная и субъективная погрешности. По причине возникновения различают методические, инструментальные и субъективные погрешности.

Методическая погрешность Δ_m обусловлена несовершенством метода измерений или упрощениями, допущенными при измерениях. Так, она возникает из-за использования приближенных формул при расчете результата или несовершенной методики измерений. Выбор ошибочной методики возможен из-за несоответствия (неадекватности) измеряемой физической величины и ее модели. Пусть, например, требуется измерить среднеквадратическое значение переменного напряжения, в котором доминирует первая гармоника, а амплитуды высших гармоник малы. Если за модель объекта измерений принять гармоническое напряжение, то измерения можно провести селективным вольтметром, измеряющим среднеквадратическое значение первой гармоники. Результат измерений будет содержать методическую погрешность из-за неучтенных высших гармоник. Для исключения погрешности следовало бы до проведения измерений оценить гармонический состав измеряемого напряжения анализатором спектра и принять более точную модель напряжения в виде совокупности гармонических составляющих. Такое напряжение необходимо измерять широкополосным вольтметром среднеквадратического значения или анализатором спектра.

Причиной методической погрешности может быть также неучитываемое взаимное влияние объекта измерений и измерительных приборов или недостаточная точность такого учета. Например, методическая погрешность возникает при измерениях падения напряжения на участке цепи с помощью вольтметра, так как из-за шунтирующего действия вольтметра измеряемое напряже-

ние уменьшается. Механизм взаимного влияния может быть изучен, а погрешности рассчитаны и учтены.

К методической относят погрешность отсчитывания по шкале аналоговых приборов и погрешность квантования и дискретизации в цифровых приборах. Если в прибор введены средства вычислительной техники, то появляется методическая погрешность, обусловленная преобразованием аналогового измерительного сигнала в цифровой: изменением масштаба, усечением машинного слова в процессоре, выполнением вычислительных операций. Эти погрешности могут быть существенными при использовании микропроцессорных систем с ограниченной разрядной сеткой и определяют требования к числу разрядов.

Инструментальная погрешность $\Delta_{\text{и}}$ обусловлена несовершенством применяемых средств измерений. Причинами ее возникновения являются неточности, допущенные при изготовлении и регулировке приборов, изменение параметров элементов конструкции и схемы вследствие старения. В высокочувствительных приборах могут сильно проявляться их внутренние шумы.

В реальных условиях на результат измерений влияют не подлежащие измерениям физические величины, называемые влияющими. К ним относят температуру и влажность окружающей среды, напряжение питающей сети и другие факторы. Отклонение влияющих величин от номинальных значений приводит к увеличению инструментальной погрешности. Количественная связь между приращением влияющей величины и вызываемой этой величиной составляющей погрешности называют функцией влияния. На результат измерений могут влиять и неинформативные параметры измерительного сигнала.

Субъективная погрешность обусловлена индивидуальными особенностями экспериментатора: его опытом, внимательностью, состоянием органов чувств, в первую очередь зрения. Так, субъективная погрешность от параллакса возникает при отсчитывании по шкале аналогового прибора, если стрелку визировать в направлении, не перпендикулярном поверхности шкалы. Эта погрешность имеет место и при отсчитывании показаний с экрана ЭЛТ. Иногда субъективная погрешность возникает, когда оператор считывает показания до того, как они установились. В современных цифровых приборах субъективная погрешность, как правило, мала и может не учитываться.

Таким образом, погрешность измерений $\Delta = \Delta_{\text{м}} + \Delta_{\text{и}}$, где $\Delta_{\text{м}}$ и $\Delta_{\text{и}}$ в свою очередь состоят из отдельных составляющих, обусловленных различными причинами.

Методические погрешности, обусловленные взаимодействием средств измерений и объекта измерений, а также погрешность дискретизации и квантования имеют и свойства инструментальной погрешности, так как зависят и от несовершенства прибора. По-

этому перечисленные составляющие погрешности иногда относят к инструментальным. Такая неоднозначность классификации имеет лишь методическое значение, поскольку при расчете общей погрешности учитывают все ее составляющие и результат расчета общей погрешности не изменится от того, в какую погрешность, Δ_m или $\Delta_{\text{и}}$, будут включены перечисленные составляющие.

Систематические, случайные погрешности и промахи (грубые погрешности). По закономерности проявления во времени погрешности делят на систематические, случайные и промахи.

Систематической погрешностью называют составляющую погрешности измерений, которая остается постоянной или закономерно изменяется при повторных измерениях одной и той же величины. К постоянным систематическим погрешностям относят некоторые методические погрешности, например погрешность из-за использования приближенных соотношений при проведении косвенных измерений. Систематическими являются некоторые составляющие инструментальной погрешности, например погрешность при градуировке прибора.

Некоторые систематические погрешности функционально связаны с влияющими величинами и изменяются в ходе измерений в соответствии с изменениями последних. Систематические погрешности могут быть вызваны процессом старения элементов аппаратуры. Это прогрессирующие во времени погрешности, изменение которых может быть описано лишь приближенно.

Общую систематическую погрешность θ можно представить как сумму частных погрешностей θ_i , вызванных различными причинами:

$$\theta = \sum_{i=1}^k \theta_i,$$

где k — число учитываемых составляющих систематической погрешности.

Случайными называют составляющие погрешности измерений, изменяющиеся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины. Случайные погрешности определяются совместным действием ряда причин: внутренними шумами элементов электронных схем, наводками на входные цепи средств измерений, пульсацией постоянного питающего напряжения, дискретностью счета. Поэтому случайную погрешность можно также представить в виде суммы частных погрешностей ε_i , так что $\varepsilon = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i$,

где m — число учитываемых составляющих погрешности. Случайные погрешности оценивают методами математической статистики.

Общую погрешность Δ определяют как сумму систематической θ и случайной ε составляющих:

$$\Delta = \theta + \varepsilon.$$

Иногда появляются промахи, существенно превышающие ожидаемое значение погрешности. Как правило, промахи возникают из-за резких и непредсказуемых изменений влияющих величин. Так, они могут быть вызваны кратковременными скачками питающего напряжения при включении в сеть мощных потребителей энергии. Промahi исключают из дальнейшего рассмотрения статистическими методами, некоторые из которых рассмотрены в гл. 5.

Статические и динамические погрешности. В зависимости от скорости изменения измеряемой величины различают статическую и динамическую погрешности средств измерений. Статическая погрешность возникает при измерении постоянной во времени величины.

На практике измеряемая величина не остается постоянной, а с той или иной скоростью изменяется во времени. Если скорость изменений настолько мала, что инерционные свойства средства измерений еще не проявляются, то такие измерения по существу являются статическими и полностью характеризуются статической погрешностью. Так, при измерении медленно меняющегося постоянного напряжения вольтметром со стрелочным указателем можно допустить такую скорость изменения напряжения, при которой за время установления стрелки и снятия показания изменение измеряемой величины значительно меньше погрешности вольтметра.

Если скорость изменения измеряемой величины такова, что проявляются инерционные свойства средства измерений, то общая погрешность, называемая погрешностью в динамическом режиме, превышает статическую погрешность. Разность между погрешностью в динамическом режиме и статической погрешностью называют динамической погрешностью средства измерений. Для расчета динамической погрешности используют импульсную, переходную или частотную характеристику средства измерений, а методику расчета изучают в курсе «Основы теории цепей».

2.2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Погрешность измерений наиболее полно описывают нестационарным случайным процессом, статистические характеристики которого меняются во времени. Типичная реализация такого процесса — зависимость погрешности конкретного средства измерений от времени (рис. 2.1). Эту зависимость $\Delta(t)$ в большинстве случаев можно представить в виде суммы быстро изменяющейся флуктуационной составляющей $\varepsilon(t)$ и медленно меняющегося среднего значения $\theta(t)$.

Математическая модель систематической погрешности. Среднее значение $\theta(t)$ в общем случае описывают нестационарным случайным процессом. Иногда допустимо его приближенное представление в виде детерминированной функции времени.

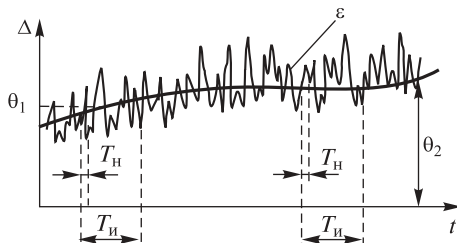


Рис. 2.1. Зависимость погрешности средства измерений от времени

За время $T_{\text{и}} = (n - 1) T_{\text{н}}$ (см. рис. 2.1) проведения n измерений, разделенных интервалом $T_{\text{н}}$ между отдельными наблюдениями, среднее значение обычно изменяется мало по сравнению с флуктуационной составляющей, поэтому можно считать $\theta(t) = \theta_1$ и рассматривать значение θ_1 как постоянную за время измерений систематическую погрешность.

Если измерения с многократными наблюдениями провести через некоторое время, в течение которого среднее значение успеет существенно измениться, то погрешность примет новое значение θ_2 . Таким образом, при проведении измерений, разделенных большими интервалами времени, проявляется изменчивость погрешности $\theta(t)$.

Как уже указывалось, систематическая погрешность складывается из нескольких составляющих. Анализ причин, вызывающих возникновение отдельных составляющих, позволит установить приближенные математические модели, пригодные для оценки систематической погрешности.

Методические погрешности в некоторых случаях постоянны и могут быть рассчитаны и исключены. Постоянными являются и инструментальные погрешности, вызванные неточностью регулировки средств измерений при их выпуске или поверке.

Пример 2.1. Пусть вольтметром с входным сопротивлением $R_{\text{вх}} = 10 \text{ МОм}$ измерена ЭДС E источника с внутренним сопротивлением $R_i = 5 \text{ кОм}$. До включения вольтметра выходное напряжение $U = E$. Включение вольтметра вызывает уменьшение измеренного напряжения до значения $U' = ER_{\text{вх}} / (R_{\text{вх}} + R_i)$.

Методическая погрешность оценивается следующим образом:

$$\delta_{\text{м}} = (U' - E) / E = -R_i / (R_{\text{вх}} + R_i).$$

При $R_{\text{вх}} \gg R_i$ погрешность $\delta_{\text{м}} \approx -R_i / R_{\text{вх}}$, откуда, подставив значения сопротивлений, получим

$$\delta_{\text{м}} = -0,5 \cdot 10^{-3} = -0,05 \, \%.$$

Решите задачу 1.*

* Задачи приведены в конце глав.

Систематические погрешности, зависящие от влияющих величин, как правило, меняются во времени, поскольку сами влияющие величины не остаются постоянными. На параметры электронных измерительных приборов влияют влажность воздуха и температура окружающей среды, атмосферное давление, напряжение питающей сети, возможная вибрация, возникающая при эксплуатации средств измерений на подвижных объектах.

В лабораторных условиях наибольшее влияние на погрешность средств измерений оказывает температура элементов их схем. Изменения температуры элементов средств измерений вызваны двумя главными причинами: изменением рассеиваемой на этих элементах мощности и колебаниями температуры внешней среды — помещения, в котором размещены средства измерений.

После включения средства измерений в сеть на его элементах начинает рассеиваться практически вся потребляемая мощность, что вызывает значительные изменения температуры всего устройства. Характер и скорость нарастания температуры зависят от термодинамических характеристик элементов схемы: теплоемкости, характера теплообмена с внешней средой, причем элементы схемы нагреваются неравномерно. Однако общий характер нарастания некоторой средней температуры устройства приближенно может быть описан экспоненциальной зависимостью. Подобным же образом меняется и систематическая составляющая погрешности, обусловленная прогревом средства измерений после его включения в сеть.

Изменение средней температуры средства измерений при его прогреве может достигать нескольких десятков градусов, что приводит к значительным изменениям систематической погрешности. Если измерения необходимо производить до окончания прогрева средства измерений, то систематическую погрешность можно учесть с помощью ранее полученной зависимости $\theta(t)$ для данного средства измерений. Как правило, эти зависимости для разных экземпляров средств измерений имеют значительный разброс, поэтому использовать некоторую среднюю зависимость для любого экземпляра средств измерений данного типа обычно нецелесообразно. В большинстве случаев измерения рекомендуют производить по окончании полного прогрева средств измерений. Необходимое время прогрева указывают в паспортных данных.

Изменения внешней температуры также вызывают появление систематической погрешности. Из-за высокой тепловой постоянной времени прибора, которая может достигать десятков минут, он оказывает сглаживающее действие по отношению к колебаниям внешней температуры. Быстрые изменения фильтруются и не влияют на среднюю температуру прибора, а медленные колебания температуры среды изменяют его среднюю температуру и, следовательно, вызывают изменение систематической погрешности.

Влияние медленных колебаний температуры на систематическую погрешность иногда можно учесть с помощью приближенного соотношения

$$\theta_T \approx K_T(T - T_{\text{ном}}),$$

где K_T — постоянный коэффициент; T — значение температуры в данный момент; $T_{\text{ном}}$ — номинальное значение температуры, при которой температурная погрешность θ_T отсутствует.

Прогрессирующая во времени систематическая погрешность $\theta_{\text{пр}}(t)$ обусловлена постепенным изменением параметров элементов схемы вследствие старения. Это медленный процесс, приближенно описываемый линейной зависимостью

$$\theta_{\text{пр}}(t) = K_c(t - t_{\text{п}}),$$

где K_c — постоянный коэффициент, учитывающий старение элементов СИ; $t_{\text{п}}$ — время проведения последней поверки средства измерений, при которой систематическая погрешность была исключена.

Исходя из допустимого значения погрешности $\theta_{\text{пр}}$ и скорости ее изменения устанавливают периодичность поверки.

Решите задачу 2.

Как правило, за время проведения многократных измерений систематическая погрешность изменяется мало и ее можно считать неизменной. Поэтому в качестве математической модели такой погрешности примем постоянную величину. Если систематическая погрешность известна, то ее вычитают из показания средства измерений, внося тем самым поправку. Такой результат называют исправленным: $x_{\text{ис}} = x - \theta$.

Внесением поправки полностью устранить систематическую погрешность не удастся, и исправленный результат всегда содержит *неисключенную систематическую погрешность* (НСП) $\theta_{\text{н}}$. Погрешность измерений $\Delta = \theta_{\text{н}} + \varepsilon$. Возможны следующие источники НСП:

- погрешность эталонных СИ, с помощью которых компенсируют систематические погрешности;
- неточный учет систематической погрешности, обусловленной влияющими величинами;
- пределы допускаемых основной и дополнительной погрешностей СИ, если случайная погрешность пренебрежимо мала.

Общая НСП является суммой частных погрешностей $\theta_{\text{н}i}$:

$$\theta_{\text{н}} = \sum_1^k \theta_{\text{н}i},$$

где k — количество учитываемых НСП.

Математическая модель случайной погрешности. Быстрые флуктуации $\varepsilon(t)$ определяют случайную погрешность, которую приближенно описывают эргодическим случайным процессом с нулевым математическим ожиданием. При проведении измерений с многократными наблюдениями эта составляющая проявляется в виде случайной величины, принимающей значения ε_i , взятые в моменты t_i ($i = 1, 2, \dots, n$) проведения наблюдений. Значения ε_i обычно считают статистически независимыми.

Отсчитываемые по прибору значения измеряемой величины, а следовательно, и значения ε_i погрешности всегда содержат определенное число значащих цифр. Поэтому погрешность может принимать конечное число значений и, строго говоря, является дискретной случайной величиной. Однако математическое описание таких величин неудобно, а шаг между дискретными значениями мал, поэтому погрешность принято считать непрерывной случайной величиной.

Наиболее полной характеристикой случайной погрешности являются функции распределения. В дальнейшем будем использовать дифференциальную функцию распределения, называемую также плотностью распределения вероятностей $p(\varepsilon)$ или сокращенно плотностью вероятности. По известной плотности вероятности можно определить вероятность пребывания случайной погрешности в заданных границах от Δ_{r1} до Δ_{r2} :

$$P_{\Delta} = P\{\Delta_{r1} \leq \varepsilon \leq \Delta_{r2}\} = \int_{\Delta_{r1}}^{\Delta_{r2}} p(\varepsilon) d\varepsilon.$$

Для плотностей вероятности, описываемых симметричными относительно начала координат функциями, нижнюю и верхнюю границы погрешности выбирают симметричными относительно начала координат (рис. 2.2). При этом верхняя и нижняя границы погрешности составляют $\pm\Delta_r$, т. е.

$$P_{\Delta} = P\{-\Delta_r \leq \varepsilon \leq \Delta_r\}. \quad (2.1)$$

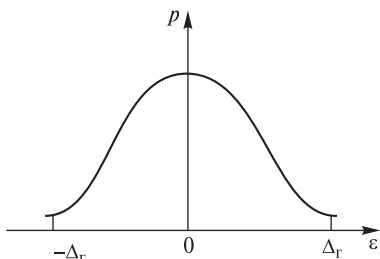


Рис. 2.2. Границы погрешностей, соответствующие вероятности $P(\Delta)$

Для заданного закона распределения вероятность P_{Δ} однозначно зависит от границ погрешности и возрастает с их увеличением. Максимальную погрешность измерений, допускаемую для данной задачи, называют предельной и обозначают Δ_{π} .

Если задать $P_{\Delta} = 1$, то реальные погрешности не могут превышать границ $\pm\Delta_{\pi}$. Строго такую погрешность можно определить

только для ограниченных законов распределения. Для законов с асимптотическим убыванием плотности вероятности с ростом погрешности предельную погрешность оценивают в долях среднего квадратического отклонения (СКО), например, как 3σ , что для нормального закона соответствует $P_{\Delta} = 0,997$.

По результату измерений и границам погрешности оценивают интервал, в котором с заданной вероятностью P_{Δ} лежит истинное значение X измеряемой величины. Подставив в (2.1) $\varepsilon = x - X$, получим $P_{\Delta} = P\{x - \Delta_r \leq X \leq x + \Delta_r\}$. Эту вероятность называют доверительной, а интервал от $-\Delta_r$ до $+\Delta_r$ — доверительным интервалом. Доверительная вероятность соответствует вероятности пребывания истинного значения измеряемой величины на случайном интервале от $x - \Delta_r$ до $x + \Delta_r$.

К описанию погрешностей плотностью вероятности прибегают сравнительно редко, поскольку для получения P_{Δ} приходится прибегать к интегрированию или использовать табличные интегралы, а само экспериментальное определение плотностей вероятности сопряжено с некоторыми затратами времени и средств.

Доверительную вероятность выбирают исходя из двух противоречивых условий:

- для повышения достоверности результатов измерений следует увеличивать P_{Δ} ;
- с ростом P_{Δ} усложняется экспериментальная оценка этой вероятности.

Для технических измерений принимают $P_{\Delta} = 0,95$.

Числовые характеристики погрешности. Во многих случаях погрешности вычисляют по их числовым характеристикам: математическому ожиданию и центральным моментам. Математическое ожидание погрешности равно систематической составляющей:

$$M[\Delta] = \bar{\Delta} = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta p(\Delta) d\Delta = \theta. \quad (2.2)$$

Центральный момент второго порядка, называемый дисперсией, характеризует рассеяние погрешностей относительно математического ожидания — систематической погрешности:

$$D_{\varepsilon} = \int_{-\infty}^{\infty} (\Delta - \theta)^2 p(\Delta) d\Delta = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon^2 p(\varepsilon) d\varepsilon.$$

Дисперсия D_{ε} имеет размерность квадрата измеряемой величины и поэтому не удобна как характеристика рассеяния. Обычно вместо дисперсии используют СКО результатов измерений

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon^2 p(\varepsilon) d\varepsilon}. \quad (2.3)$$

Центральный момент третьего порядка

$$\mu_3 = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon^3 p(\varepsilon) d\varepsilon$$

характеризует отклонения функции плотности вероятности от симметричной формы. Для симметричных распределений подынтегральная функция нечетна и $\mu_3 = 0$. Нормированное значение третьего центрального момента называют асимметрией распределения

$$S = \mu_3 / \sigma^3.$$

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением только симметричных законов распределения как наиболее распространенных на практике.

Центральный момент четвертого порядка

$$\mu_4 = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon^4 p(\varepsilon) d\varepsilon$$

характеризует островершинность функции плотности вероятности. Чем острее вершина, тем медленнее спадает функция плотностей вероятности при больших значениях аргумента и, следовательно, возрастает момент четвертого порядка из-за растущего вклада в интеграл значений подынтегрального выражения при больших значениях ε . Для нормального закона нормированное значение момента четвертого порядка $\mu_4 / \sigma^4 = 3$. Островершинность произвольных законов оценивают эксцессом

$$E = (\mu_4 / \sigma^4) - 3,$$

который при нормальном законе распределения равен нулю.

Решите задачу 3.

2.3. ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Для оценки общей погрешности измерений необходимо знать законы распределения ее составляющих, по которым можно определить закон распределения общей погрешности и решить вопрос о вычислении границ погрешностей.

В некоторых случаях удастся оценить законы распределения составляющих погрешности до проведения опыта на основе анализа причин возникновения погрешностей.

Равномерный закон. Этому закону подчинены погрешности, возникающие при квантовании и дискретизации сигнала. Пусть, например, квантование измеряемого постоянного напряжения U_x

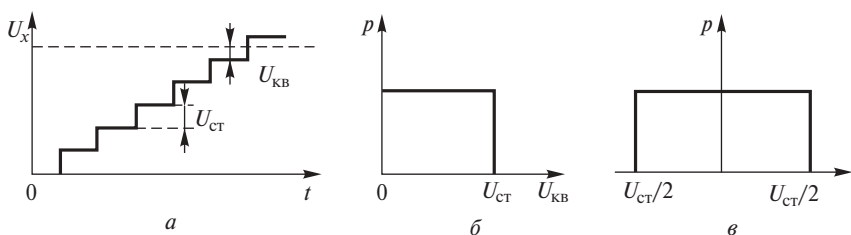


Рис. 2.3. Погрешность квантования:

а — временная диаграмма; *б* — плотность вероятности погрешности квантования; *в* — плотность вероятности центрированной погрешности квантования

осуществляют путем его сравнения с образцовым напряжением, изменяющимся по ступенчатому закону с постоянным шагом $U_{\text{ст}}$ (рис. 2.3, *а*). Результат измерений определяется числом n ступенек, зафиксированным с помощью электронного счетчика, и погрешностью квантования $\Delta U_{\text{кв}}$:

$$U_x = n U_{\text{ст}} - \Delta U_{\text{кв}}.$$

Поскольку значение измеряемого напряжения неизвестно и нельзя указать область его предпочтительных значений, погрешность квантования считают распределенной по равномерному закону от 0 до $U_{\text{ст}}$ (рис. 2.3, *б*). Систематическая погрешность

$$\theta = \int_0^{U_{\text{ст}}} \frac{1}{U_{\text{ст}}} \Delta U_{\text{ст}} d(\Delta U_{\text{ст}}) = \frac{U_{\text{ст}}}{2}.$$

Перейдем к центрированной случайной величине — случайной погрешности $\varepsilon = \Delta U_{\text{кв}} - \theta$. График плотности вероятности погрешности ε получается смещением графика $p(\Delta U_{\text{кв}})$ на $U_{\text{ст}}/2$ (рис. 2.3, *в*). Предельная погрешность $\Delta_{\text{п}} = U_{\text{ст}}/2$ СКО случайной погрешности

$$\sigma = \sqrt{\int_0^{U_{\text{ст}}} \frac{1}{U_{\text{ст}}} \varepsilon^2 d\varepsilon} = \frac{U_{\text{ст}}}{\sqrt{12}} = \frac{\Delta_{\text{п}}}{\sqrt{3}}.$$

Квантование происходит и при измерениях аналоговыми приборами за счет округления измеряемой величины при ее считывании по шкале с ценой деления $U_{\text{дел}}$. Если округление производят до ближайшей к указателю отметки (рис. 2.4), то погрешность квантования, которую называют погрешностью при отсчитывании, лежит в симметричных пределах $\pm U_{\text{дел}}/2$, а систематическая погрешность отсутствует.

Часто при отсчитывании по шкале проводят интерполяцию на глаз, когда оператор оцени-

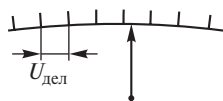


Рис. 2.4. Погрешность при отсчитывании

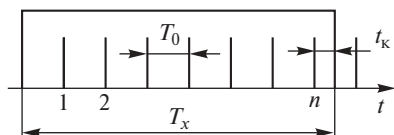


Рис. 2.5. Погрешность дискретизации

вает и доли деления шкалы. При этом в зависимости от расстояния между делениями предельная погрешность квантования может составлять 0,2... 0,3 деления.

Погрешность квантования обусловлена и округлением результатов вычислений при обработке эк-

спериментальных данных. Такая погрешность заключена в пределах ± 5 единиц отбрасываемого при округлении десятичного разряда, ее СКО составляет $5/\sqrt{3} = 2,89$ единицы этого разряда. Для уменьшения погрешности округления вычисления проводят с большим числом значащих цифр, а результат округляют лишь на последнем этапе вычислений.

Равномерный закон распределения погрешностей характеризует процесс дискретизации измеряемой величины, при котором непрерывную во времени величину заменяют ее значениями в дискретные моменты времени. На дискретизации, например, основан цифровой метод измерения временного интервала. Метод сводится к заполнению измеряемого интервала T_x короткими счетными импульсами с известным периодом повторения T_0 и счету числа последних (рис. 2.5). Если начало интервала совпадает с нулевым счетным импульсом, то из рис. 2.5 следует, что

$$T_x = nT_0 + \Delta t_k,$$

где n — число импульсов; Δt_k — погрешность дискретизации из-за неточности определения положения конца импульса T_x .

Поскольку измеряемая величина до измерений неизвестна, то конец интервала T_x может с равной вероятностью попасть на любой малый интервал между двумя счетными импульсами. Следовательно, погрешность Δt_k подчинена равномерному закону. Как видно из рис. 2.5, возможные значения Δt_k ограничены интервалом от нуля до T_0 . Систематическая погрешность $\theta = T_0/2$, СКО $\sigma = T_0/\sqrt{12}$.

Решите задачу 4.

Рассмотренные погрешности подчинены равномерному закону распределения в силу объективных причин. Существуют также погрешности, для которых равномерный закон является удобной математической моделью. Так, во многих случаях о погрешности ничего не известно, а заданы лишь ее пределы.

В качестве математической модели этой погрешности целесообразно выбрать такую, которая соответствует наибольшей погрешности измерений. Обычно погрешность выражают в единицах СКО, поэтому в качестве модели целесообразно принять такой закон распределения, который имеет наибольшее СКО. Кроме того, счита-

ют, что закон должен быть одномодальным. Этим свойствам отвечает равномерный закон распределения — предельный случай при переходе от одномодальных законов к двумодальным. Подобная ситуация возникает, например, при анализе неисключенной систематической погрешности. Закон распределения этой погрешности обычно установить не удастся, а можно оценить лишь ее предельные значения $\pm\theta_{н.п.}$. Закон распределения неисключенной систематической погрешности моделируют равномерным законом с СКО $\sigma = \theta_{н.п.}/\sqrt{12}$.

Иногда в ходе измерений проявляется гистерезис, приводящий к появлению погрешности. Пусть, например, необходимо измерить резонансное значение емкости конденсатора высокочастотного колебательного контура, подсоединенного к генератору переменного напряжения. Резонансное значение емкости отсчитывают по шкале конденсатора переменной емкости, настраивая контур в резонанс. Если шкала конденсатора связана с его ротором с помощью зубчатой передачи с некоторым зазором в зацеплении, то средние значения показаний шкалы C_1 и C_2 при подходе к резонансу со стороны бóльших и меньших емкостей будут различаться. Гистерезис проявляется как вариация показаний $H = |C_2 - C_1|$, которую определяют по большому числу измерений.

В электронных приборах вариация показаний может возникать из-за гистерезиса магнитных материалов и релаксационных схем, а также из-за трения в системе подвеса рамки магнитоэлектрических приборов. Погрешность из-за вариации показаний считают равномерно распределенной в пределах $\pm H/2$.

Треугольный закон. Если при измерении временного интервала цифровым методом начало измеряемого интервала не синхронизировано с последовательностью счетных импульсов, то согласно рис 2.6, а результат измерений

$$T_x = nT_0 - \Delta t_n + \Delta t_k = nT_0 - \Delta t_d,$$

где Δt_n и Δt_k — погрешности дискретизации в начале и конце интервала T_x ; Δt_d — общая погрешность дискретизации.

При отсутствии синхронизации начало интервала может с одинаковой вероятностью попасть в интервал времени от нулевого до первого счетного импульса. Эта погрешность подчинена равномерному закону распределения с предельными значениями 0 и T_0 подобно уже рас-

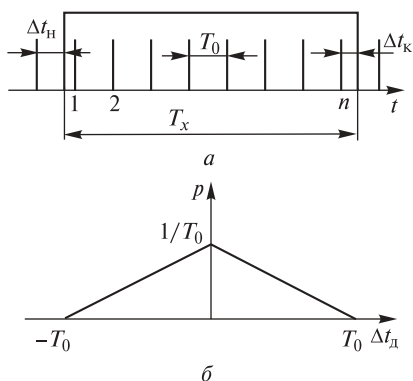


Рис. 2.6. Треугольный закон распределения погрешности дискретизации: а — временная диаграмма; б — плотность вероятности

смотренной погрешности Δt_k . Если интервал T_x не измерен, то случайные погрешности независимы, а закон распределения общей погрешности дискретизации Δt_d треугольный с предельными значениями $\pm T_0$ (рис. 2.6, б). Плотность вероятностей

$$P(\Delta t_d) = \begin{cases} \frac{\Delta t_d}{T_0^2} + \frac{1}{T_0} & \text{при } -T_0 \leq \Delta t_d \leq 0; \\ -\frac{\Delta t_d}{T_0^2} + \frac{1}{T_0} & \text{при } 0 \leq \Delta t_d \leq T_0; \\ 0 & \text{при } \Delta t_d < -T_0 \text{ и } \Delta t_d > T_0, \end{cases}$$

а СКО $\sigma = T_0/\sqrt{6}$.

Арксинусоидальный закон. При измерении постоянного напряжения вольтметром на вход прибора кроме измеряемого напряжения U_x может поступать гармоническое напряжение помехи $u_n = U_n \cos \omega t$, вызванной наводками (рис. 2.7, а). Если время измерения вольтметром намного меньше периода повторения помехи, то можно считать, что вольтметр измеряет мгновенное значение напряжения $U_x + u_n$. Момент включения вольтметра t_b случаен по отношению к помехе, поэтому помеху можно считать реализацией случайного процесса — гармонического напряжения со случайной фазой, равномерно распределенной в пределах $\pm \pi$.

В курсе теории вероятностей показано, что в этих условиях плотность вероятности мгновенного значения помехи описывается арксинусоидальным законом:

$$p(\varepsilon) = \frac{1}{\pi \sqrt{U_n^2 - \varepsilon^2}},$$

график которого показан на рис. 2.7, б.

Среднее квадратическое отклонение $\sigma = U_n/\sqrt{2}$, т.е. эффективному значению гармонического напряжения помехи.

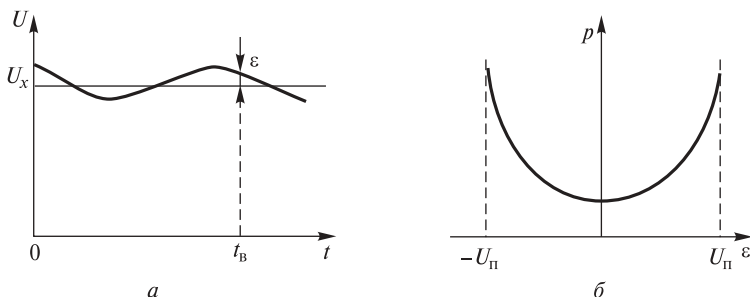


Рис. 2.7. Арксинусоидальный закон распределения:

а — временная диаграмма; б — плотность вероятности

Нормальный закон. Обычно случайная погрешность измерений определяется суммой большого числа статистически независимых составляющих с конечными дисперсиями. Практика показала, что в этом случае погрешность подчинена закону, близкому к нормальному. Этот результат является следствием центральной предельной теоремы, согласно которой закон распределения суммы независимых случайных величин с конечными дисперсиями независимо от их закона распределения стремится к нормальному при увеличении числа слагаемых. Даже при трех-четырех слагаемых с соизмеримыми дисперсиями закон распределения суммы может быть близок к нормальному, особенно в области больших значений плотности вероятности. Однако в области малых значений плотности вероятности закон распределения суммы сходится к нормальному значительно медленнее.

Нормальный закон часто используют в качестве математической модели неизвестного закона распределения.

Плотность вероятности нормального закона

$$p(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(\Delta - \theta)^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (2.4)$$

Для случайной погрешности $\varepsilon = \Delta - \theta$ плотность вероятности имеет вид

$$p(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}\right).$$

Вероятность появления случайной погрешности ε в пределах $\pm\Delta_r$:

$$P_{\Delta} = P\{-\Delta_r \leq \varepsilon \leq \Delta_r\} = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^{\Delta_r} \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}\right) d\varepsilon = 2\Phi(t),$$

где $t = \Delta_r/\sigma$.

Функция $2\Phi(t)$, называемая интегралом вероятности, табулирована (табл. 2.1).

Таблица 2.1. Значения интеграла вероятности

t	$2\Phi(t)$	t	$2\Phi(t)$	t	$2\Phi(t)$
0,0	0,00	2,0	0,954	2,7	0,9931
0,5	0,38	2,1	0,964	2,8	0,9949
1,0	0,68	2,2	0,972	2,9	0,9963
1,2	0,77	2,3	0,979	3,0	0,9973
1,4	0,84	2,4	0,984	3,1	0,9981
1,6	0,89	2,5	0,988	3,2	0,9987
1,8	0,93	2,6	0,991	3,3	0,99904

Полезно запомнить, что вероятности $P_{\Delta} = 0,95$ соответствует интервал $\pm 2\sigma$.

Решите задачи 5 и 6.

Пример 2.2. Оценим, насколько отличается треугольный закон распределения погрешностей — композиция двух равномерных — от нормального распределения, хотя в этом случае число суммируемых случайных величин будет явно недостаточным для нормализации закона распределения суммы.

Для треугольного закона

$$P_{\Delta} = 2 \int_0^{\Delta_T} \left(-\frac{\Delta_T}{T_{\Delta}^2} + \frac{1}{T_0} \right) d(\Delta_T) = 2 \left(\frac{t}{\sqrt{6}} - \frac{t^2}{12} \right),$$

где $t = \Delta_T / \sigma$.

Расчет показывает, что для $t = 1, 2$ и $2,25$ доверительные вероятности составляют соответственно $0,650, 0,966$ и 1 , а согласно табл. 2.1 для нормального закона такие вероятности составляют $0,68, 0,95$ и $0,98$.

Композиция ограниченных законов распределения также является ограниченным законом распределения, причем предельная погрешность равна сумме предельных погрешностей слагаемых. В данном случае при двух слагаемых это привело к большому различию сравниваемых законов при $P_{\Delta} \approx 1$. При малых доверительных вероятностях различие законов распределения в данном случае невелико. Заметим, что композиция законов распределения других видов может привести к большим различиям и при малых P_{Δ} . Слагаемые с наибольшими значениями СКО оказывают определяющее влияние на композицию законов распределения.

Решите задачу 7.

Закон Лапласа. Этот закон описывает предельное распределение суммы случайного числа случайных слагаемых. Плотность вероятности в этом случае

$$P(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(-\frac{|\varepsilon|\sqrt{2}}{\sigma}\right).$$

Экспериментальные исследования погрешностей средств измерений показали, что в реальных условиях могут возникать погрешности, описываемые различными законами распределения [6]. Например, анализ 219 законов распределения погрешностей измерений как электрических, так и неэлектрических величин разными приборами показал, что только 111 распределений описываются экспоненциальными законами, к которым относятся нор-

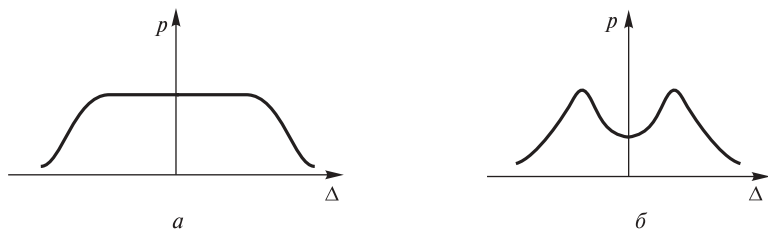


Рис. 2.8. Законы распределения:

a — с плоской вершиной; b — двухмодальные

мальный закон и закон Лапласа; 63 распределения имели плоскую вершину (рис. 2.8, a), а 45 оказались двухмодальными (рис. 2.8, b).

Решите задачи 8 и 9.

Основные выводы

По источнику возникновения погрешности подразделяются на методические, инструментальные и субъективные. По характеру проявления различают систематические и случайные погрешности. Динамическая погрешность обусловлена инерционностью средства измерений.

Систематическая погрешность постоянна или медленно меняется за время проведения многократных измерений. Некоторые составляющие ее для конкретных средств измерений поддаются приближенному описанию с помощью детерминированных функций времени.

После исключения из результата измерений систематической погрешности в исправленном результате остается неисключенная систематическая погрешность. Ее значение за время измерений для конкретного средства измерений можно считать постоянным, но значение НСП случайно для совокупности приборов данного типа.

Случайную погрешность обычно описывают как случайную величину. Основной ее характеристикой является плотность вероятности, с помощью которой можно рассчитать вероятность пребывания погрешности в заданных границах или решить обратную задачу.

Законы распределения некоторых составляющих случайной погрешности могут быть определены теоретически до проведения эксперимента. Это — погрешности квантования и дискретизации.

Погрешности с неизвестным законом распределения, заданные своими пределами, в метрологии принято характеризовать равномерным законом. Если случайная погрешность состоит из нескольких статистически независимых составляющих с соизмеримыми СКО, то согласно центральной предельной теореме ее

можно приближенно описать нормальным законом независимо от законов распределения составляющих.

Реальные законы распределения погрешностей могут иметь разные формы, что необходимо учитывать при обработке результатов измерений.

Контрольные вопросы

1. Как различают погрешности по причинам их возникновения? Приведите примеры.

2. Что такое функция влияния? Приведите примеры влияющих величин и неинформативных параметров измерительного сигнала.

3. Как классифицируют погрешности по характеру их проявления? Приведите примеры неизменных и изменяющихся во времени систематических погрешностей.

4. Сформулируйте понятия погрешности средств измерений в динамическом режиме и динамической погрешности.

5. Как связаны и что характеризуют границы погрешностей Δ_{r1} , Δ_{r2} и вероятность P_{Δ} ? Что такое предельная погрешность?

6. Какие числовые характеристики погрешностей принято использовать при анализе точности измерений? Каков смысл этих характеристик?

7. Что такое погрешность квантования и какому закону распределения она подчинена? Как изменится закон распределения, если высоту первой ступеньки компенсирующего напряжения (см. рис. 2.3) принять равной $U_{ст}/2$?

8. Опишите числовые характеристики погрешности дискретизации, если начало временного интервала совпадает с нулевым счетным импульсом или серединой между нулевым и первым импульсами.

9. В каких случаях погрешности принято описывать равномерным законом и почему?

10. В каких случаях возникает погрешность, распределенная по треугольному закону?

11. При каких условиях возникает погрешность, распределенная по арксинусоидальному закону?

12. В чем заключается сущность центральной предельной теоремы? Перечислите причины, по которым реальные законы распределения общей погрешности даже при большом числе частных погрешностей могут отличаться от нормального.

13. Перечислите причины возникновения НСП и свойства этой погрешности.

Задачи для самостоятельного решения

1. Вольтметром с входным сопротивлением 10 МОм измерена ЭДС источника напряжения с внутренним сопротивлением 10 кОм. Показание вольтметра 12,6 В. Определите абсолютную и относительную погрешности измерений ЭДС, обусловленные шунтирующим действием вольтметра.

2. Прогрессирующая систематическая погрешность практически полностью определяет общую погрешность вольтметра. С каким интервалом следует проводить поверки прибора, если $K_c = 2,74 \cdot 10^{-6}$ В/сут, а предельная погрешность не должна превышать 1 мВ?

3. Временной интервал измерен цифровым методом, начало интервала совпадает с серединой интервала между нулевым и первым счетными импульсами с периодом T_0 . Изобразите график плотности вероятности погрешности дискретизации.

4. Рассчитайте СКО погрешности, распределенной по треугольному закону с предельными значениями $\pm T_0$, двумя способами: по плотности вероятности и как сумму погрешностей дискретизации начала и конца счета.

5. Погрешность измерений напряжения характеризуется случайной составляющей с нормальным законом распределения, СКО 0,1 В и систематической погрешностью 0,1 В. Для доверительной вероятности, равной 0,9, определите верхнюю и нижнюю границы погрешности. Как изменятся границы, если систематическая погрешность отсутствует?

6. Случайная погрешность подчинена нормальному закону с СКО 1 мВ. Определите вероятность пребывания погрешности в пределах от -1 мВ до 3 мВ.

7. Погрешность измерений постоянного напряжения обусловлена несколькими факторами: гармонической наводкой с амплитудой 1 мВ, нормальным шумовым напряжением с СКО 1 мВ и погрешностью дискретизации, распределенной по треугольному закону с пределами ± 1 мВ. Определите граничные значения общей погрешности для доверительных вероятностей, равных 0,9, 0,95 и 0,99. Какое из этих значений наиболее достоверно?

8. Рассчитайте отношение границы погрешностей для доверительной вероятности 0,9 при нормальном, равномерном, треугольном и арксинусоидальном законах распределения погрешностей. Обратите внимание на то, что для этих законов $\Delta_r \approx 1,6\sigma$.

9. Рассчитайте доверительную вероятность, соответствующую $\Delta_r = \sigma$ для законов распределения, рассмотренных в данной главе. Обратите внимание, что в большинстве случаев $P_\Delta \approx 0,7$.

РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ ОДНОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

3.1. ПРИНЦИПЫ НОРМИРОВАНИЯ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

Для определения погрешности измерений необходимо знать ее составляющие: инструментальную, методическую и субъективную. Во многих случаях среди этих составляющих преобладает инструментальная погрешность, от которой в основном и зависит общая погрешность измерения. Следовательно, инструментальная погрешность определяет возможную точность измерения даже тогда, когда методическую погрешность удастся учесть и исключить. Поэтому количественная оценка инструментальной погрешности — важнейшая задача, решаемая метрологией.

Метрологическими называют характеристики средств измерений, необходимые для расчета результата измерений и оценки погрешностей. Для обеспечения единства измерений метрологические характеристики нормируют т. е. определяют их номинальные значения и допускаемые отклонения реальных характеристик от номинальных, а также допускаемые значения погрешностей. Погрешность нормируют, исходя из двух противоречивых требований. Если нормируемое значение погрешности меньше реального, то это приводит к неверной оценке результата измерений, что может увеличить брак выпускаемой продукции или привести к неверному толкованию результата измерений. Если же нормируемое значение погрешности больше реального, то приходится необоснованно повышать точность средств измерений, что приводит к росту затрат на их разработку и эксплуатацию.

Практика показала, что ущерб от применения СИ с завышенными метрологическими характеристиками меньше, чем от использования СИ с заниженными характеристиками. Поэтому считают, что лучше завязать оценку погрешности по сравнению с ее реальным значением.

Индивидуальные и типовые метрологические характеристики средств измерений. Конкретное средство измерений характеризуется определенными, только ему присущими метрологическими характеристиками: случайной и систематической погрешностями, динамическими характеристиками. Эти характеристики наиболее точно и полно описывают возможности прибора. Однако экспериментальное определение индивидуальных метрологических характеристик связано со значительными затратами времени и средств. Кроме того,

со временем погрешности изменяются, так что достоверность полученных данных постепенно снижается. Поэтому к определению и нормированию индивидуальных метрологических характеристик прибегают при создании и эксплуатации эталонов, а также при проведении точных измерений в ходе научных исследований. Индивидуальные метрологические характеристики определяют для некоторых приборов СВЧ-диапазона. Кроме того, такие характеристики задают для некоторых датчиков неэлектрических величин, например датчиков температуры на основе кварцевых резонаторов.

подавляющее большинство СИ, используемых для технических измерений, характеризуют типовыми метрологическими характеристиками, пригодными для оценки погрешностей любого случайным образом выбранного экземпляра СИ данного типа. Эти характеристики определяются при разработке и выпуске СИ и вносятся в технические описания средства измерений данного типа. Естественно, что такое нормирование не учитывает индивидуальных свойств средств измерений.

Нормируемые метрологические характеристики средств измерений. Сведения о метрологических характеристиках рабочих средств измерений приводят в нормативно-технических документах, например в технических паспортах. К нормируемым относят следующие метрологические характеристики:

- функция преобразования (градуировочная характеристика), цена деления шкалы для аналоговых приборов и мер или выходной код и цена единицы младшего разряда кода цифровых приборов, предназначенные для получения результата измерений без учета погрешностей;

- основная и дополнительная погрешности, нелинейность функции преобразования, гистерезис;

- динамические погрешности, необходимые для анализа работы средств измерений в динамическом режиме, когда скорость изменений сигнала такова, что начинают проявляться инерционные свойства средств измерений. Динамические характеристики задают в форме импульсных или переходных характеристик или комплексной частотной характеристики. Иногда динамические характеристики нормируют только некоторыми параметрами, например временем установления;

- характеристики, позволяющие оценить взаимодействие средств измерений и других устройств, подключенных к ним. Примером могут служить входное полное сопротивление приборов, коэффициент стоячей волны в волноводном тракте, к которому подключен прибор.

Важной характеристикой СИ является порог чувствительности — наименьшее значение изменения измеряемой величины, начиная с которого может осуществляться ее измерение данным СИ. Порог чувствительности СИ оценивают предельной погрешностью СИ.

Чувствительность СИ к малым изменениям измеряемой величины характеризуют также разрешающей способностью — наименьшим изменением измеряемой величины, которое можно обнаружить (но не измерить) данным СИ. Так, в цифровых СИ разрешающая способность оценивается единицей младшего разряда показания. Для стрелочных приборов разрешающая способность соответствует такому отклонению указателя, которое может обнаружить наблюдатель. В зависимости от конструкции прибора это 0,2...0,5 деления шкалы.

Нормальные и рабочие условия эксплуатации. Если влияющие величины находятся в нормальной области значений, то условия эксплуатации средств измерений считают нормальными. Нормальную область значений задают пределами изменений влияющих величин, а также их номинальными значениями (табл. 3.1). Инструментальную погрешность в нормальной области значений влияющих величин называют основной.

Кроме перечисленных в табл. 3.1 влияющих величин в необходимых случаях нормируют давление воздуха, его влажность и плотность, ускорение свободного падения, а также магнитную индукцию. Нормальные области значений влияющих величин, приводимые в паспортных данных СИ, могут отличаться от приведенных в таблице. Отклонение влияющей величины от своего номинального значения вызывает увеличение инструментальной погрешности. Пока это увеличение незначительно и им можно пренебречь, условия эксплуатации считают нормальными. Как следует из табл. 3.1, нормальная область значений влияющих величин охватывает довольно узкий диапазон их возможных изменений вблизи номинальных значений.

Выход значения влияющей величины за пределы нормальной области значений приводит к возникновению погрешности, называемой дополнительной. Дополнительную погрешность нормируют для рабочей области значений влияющих величин.

При отклонениях влияющих величин, превышающих границы рабочей области значений, погрешность не нормируют, хотя сред-

Таблица 3.1. Нормальные области значений влияющих величин

Влияющая величина	Номинальное значение	Допускаемые отклонения номинального значения
Температура окружающей среды, °С	20	от $\pm 0,1$ до ± 10
Напряжение питающей сети, В	220	± 10
Частота напряжения питающей сети, Гц	50	$\pm 0,5$

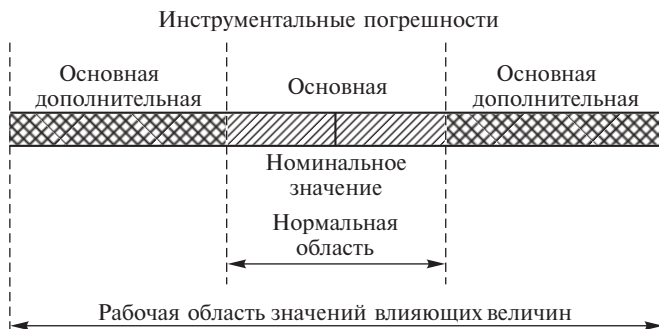


Рис. 3.1. Связь между влияющими величинами и погрешностями

ства измерений могут сохранять свою работоспособность. Использовать их для измерений не допустимо. Диаграмма, показывающая связь между влияющими величинами и погрешностями, приведена на рис. 3.1.

3.2. НОРМИРОВАНИЕ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ ПОГРЕШНОСТИ ПРЕДЕЛАМИ ДОПУСКАЕМОЙ ПОГРЕШНОСТИ

Рассмотрим совокупность средств измерений данного типа в нормальных условиях эксплуатации, считая, что систематическая погрешность не меняется во времени. Каждый экземпляр СИ в данной точке шкалы характеризуется определенной плотностью вероятности погрешностей $p_i(\Delta)$, где $i = 1, 2, \dots, n$ — число средств измерений. Некоторые из них показаны на рис. 3.2. Совокупность плотностей вероятности служит основой для нормирования погрешностей средств измерений.

Пределы допускаемой погрешности. Наиболее простой и самый распространенный способ оценки инструментальной погрешности средств измерений данного типа заключается в установлении пределов $\pm \Delta_{0,п}$ допускаемой основной погрешности, как показано на рис. 3.2. Эти пределы выбирают со значительным запасом по отношению к реальным границам погрешностей средств измерений. Так, для некоторых типов электроизмерительных приборов значение $\Delta_{0,п}$ в 1,5...2,5 раза превышает наибольшее значение реальной индивидуальной погрешности приборов при их выпуске или после поверки. При условии правильной эксплуатации средств измерений и своевременного проведения поверок все без исключения погрешности средств измерений данного типа попадают в интервал $\pm \Delta_{0,п}$, т.е. вероятность этого события принимают равной единице.

Определенная таким образом предельная погрешность включает в себя систематическую и случайную составляющие, а также

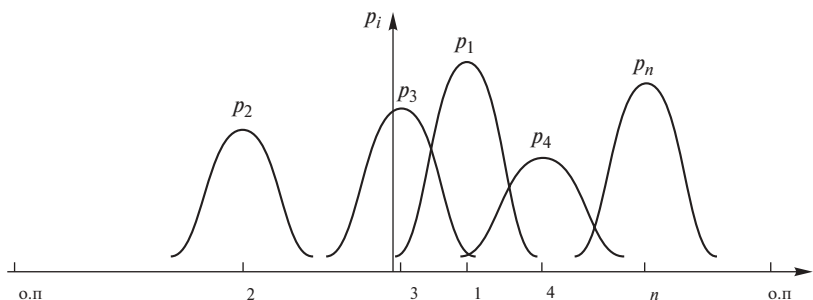


Рис. 3.2. Плотности вероятности погрешностей различных экземпляров средств измерений

запас на старение. Поэтому по предельной погрешности, полученной из паспортных данных средства измерений, в общем случае нельзя выделить случайную и систематическую составляющие. Эти погрешности могут быть приближенно оценены только по результатам экспериментальных исследований большого количества средств измерений данного типа. Так, исследование 2000 экземпляров электроизмерительных приборов показало, что случайные погрешности составляют приблизительно 40 % от предельной погрешности, а систематические — от 0 до 60 % в зависимости от времени, прошедшего после поверки. Подобные соотношения могут служить в качестве исходных данных для ориентировочных расчетов погрешностей.

Способы выражения пределов допускаемой основной погрешности.

Классы точности средств измерений. Существует несколько способов выражения предела допускаемой основной погрешности. Чаще всего абсолютную погрешность выражают как $\Delta_{\text{о.п}} = a$ или $\Delta_{\text{о.п}} = b + cx$, где a , b , c — постоянные коэффициенты, выбираемые из ряда $1 \cdot 10^n$, $1,5 \cdot 10^n$, $2 \cdot 10^n$, $2,5 \cdot 10^n$, $4 \cdot 10^n$, $6 \cdot 10^n$; $n = 1, 0, -1, -2$ и т.д. Составляющую b называют аддитивной погрешностью, а составляющую cx — мультипликативной.

Заметим, что в нормативно-технической документации, в том числе и в технических описаниях приборов, погрешности $\Delta_{\text{о.п}}$ обычно приписывают два значения, например, $\Delta_{\text{о.п}} = \pm a$. В этом случае при определении пределов $-\Delta_{\text{о.п}}$ и $+\Delta_{\text{о.п}}$ знаки плюс и минус пришлось бы учитывать дважды. Поэтому в настоящем пособии в дальнейшем будут приведены формулы только для расчета положительного значения погрешности $+\Delta_{\text{о.п}}$. Пределы же могут быть определены как $\pm \Delta_{\text{о.п}}$.

Некоторые способы выражения пределов относительной допускаемой погрешности $\delta_{\text{о.п}}$ и приведенной погрешности $\gamma_{\text{о.п}}$ указаны в табл. 3.2, где коэффициенты d , g и e выбирают из приведенного ранее ряда; X_k — конечное значение шкалы или предел диапазона.

Приборы можно характеризовать классом точности — обобщенной характеристикой СИ, выражаемой пределами допускаемых значений его основной и дополнительной погрешностей, а также другими характеристиками, влияющими на точность. Способ выражения класса точности зависит от формы представления инструментальной погрешности. Например, класс точности СИ оценивают его допускаемой погрешностью, выраженной в процентах. Некоторые примеры обозначения классов точности показаны в табл. 3.2.

Классом точности часто пользуются для выражения погрешностей электроизмерительных приборов со стрелочным указателем. Для электронных СИ с несколькими диапазонами измерений, предназначенных для измерений разных величин, приходится указывать несколько классов точности. Поскольку в технических паспортах СИ всегда приводят основную погрешность, то класс точности является избыточной информацией. Для характеристики современных СИ понятие класса точности применяют редко.

Кроме приведенных в таблице существуют и другие формы выражения пределов допускаемой погрешности. Так, в формулу для ее вычисления иногда вводят значения неинформативных параметров измерительного сигнала и влияющих величин ξ_i , например:

$$\delta_{\text{о.п}} = a_0 + \sum_{i=1}^l a_i \xi_i,$$

где a_0 и a_i — постоянные коэффициенты; l — число учитываемых влияющих величин и неинформативных параметров; $i = 1, 2, \dots$.

Пример 3.1. Основная погрешность измерителя добротности Е4-11 $\delta_{\text{о.п}} = (6 + Q_k/Q_x + 0,5\sqrt{f} + 3 \cdot 10^{-5} Q_x \cdot f) \%$, где Q_k — конечное значение шкалы; Q_x — измеряемое значение добротности; f — рабочая частота, МГц. При $Q_x = Q_k = 100$ и $f = 200$ МГц погрешность $\delta_{\text{о.п}} = 6 + 1 + 7,1 + 3 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2 \cdot 200 = 14,7 \%$. Такая значительная инстру-

Таблица 3.2. Способы выражения пределов допускаемой погрешности и обозначение классов точности СИ

Математическое выражение погрешности	Пример конкретного значения	Обозначение класса точности	
		в документации	на средствах измерений
$\gamma_{\text{о.п}} = \Delta_{\text{о.п}}/X_k$	1,5	Класс точности 1,5	1,5
$\delta_{\text{о.п}} = d/x$	0,5	Класс точности 0,5	0,5
$\delta_{\text{о.п}} = g + e(X_k/x - 1)$	$0,02 + 0,01(X_k/x - 1)$	Класс точности 0,02/0,01	0,02/0,01

ментальная погрешность свойственна очень немногим радиоизмерительным приборам, преимущественно работающим на СВЧ.

Наибольшей точностью характеризуются приборы, измеряющие временные параметры сигналов, например частоту или временные интервалы. Так, для частотомера ЧЗ-34 основная предельная погрешность измерений частоты $\delta_{o,п} = \delta_{o,пf} + 1/(f_x T_{изм})$, где $T_{изм}$ — время измерений; $\delta_{o,пf} = 10^{-6}$ — предельное значение нестабильности частоты кварцевого генератора. Отсюда при $f_x = 100$ МГц и $T_{изм} = 10$ мс получим $\delta_{o,п} = 10^{-6} + 10^{-8} \cdot 10^2 = 2 \cdot 10^{-6}$.

Решите задачи 1 и 2.

Почти при всех способах задания основной погрешности ее относительное значение уменьшается с ростом измеряемой величины. Поэтому для получения минимальной погрешности желательно выбирать такую шкалу, на которой измеряемое напряжение ближе всего к конечному значению шкалы. Если, например, измеряемое напряжение, составляющее 0,9 В, необходимо измерить вольтметром класса точности 0,02/0,02, то в этом случае из имеющихся шкал 1 В и 10 В следует выбрать шкалу с предельным значением 1 В.

Тогда предельная погрешность $\delta_{o,п} = 0,02 + 0,02(\frac{1}{0,9} - 1) \% = 0,022 \%$.

При неправильном же выборе шкалы с пределом 10 В погрешность возрастет в 10 раз и составит 0,22 %.

Дополнительные погрешности и их нормирование. Дополнительные погрешности также нормируют их допускаемыми пределами — оценками погрешностей сверху. Для выпускаемых промышленностью радиоизмерительных приборов обычно задают две дополнительные погрешности: температурную и погрешность, появляющуюся в результате изменений питающего напряжения. Существует несколько способов выражения дополнительной погрешности.

Например, дополнительную температурную погрешность чаще всего выражают в долях основной погрешности при изменениях температуры среды на 10°C относительно ее номинального значения.

Температурную погрешность $\Delta_{д,пT}$ можно рассчитать по формуле, предусматривающей ее линейную зависимость от температуры T окружающей среды:

$$\Delta_{д,пT} = \begin{cases} 0 & \text{при } T \text{ в нормальной области значений;} \\ k\Delta_{o,п} \frac{|T - 20|}{10} & \text{при } T \text{ вне нормальной, но в рабочей} \\ & \text{области значений,} \end{cases}$$

где 20 — номинальная температура; k — постоянный коэффициент, обычно равный 1 или 0,5.

Иногда дополнительную погрешность, например, из-за изменений питающего напряжения U_{Π} задают в следующей форме:

$$\Delta_{\text{д.п}U} = \begin{cases} 0 & \text{при } U_{\Pi} \text{ в нормальной области значений;} \\ k\Delta_{\text{о.п}} & \text{при } U_{\Pi} \text{ вне нормальной, но в рабочей} \\ & \text{области значений.} \end{cases}$$

Изменения частоты задающих генераторов обычно оценивают предельными значениями нестабильности за определенные интервалы времени после поверки или выпуска прибора.

Расчет инструментальной погрешности в рабочих условиях. Инструментальная погрешность в рабочих условиях складывается из основной и дополнительных погрешностей. Поскольку эти составляющие нормированы своими предельными значениями, то и при вычислении инструментальной погрешности берут наименее благоприятный случай сочетания погрешностей — суммирование пределов их допускаемых значений. Полученная погрешность будет также предельной. Предел инструментальной погрешности

$$\Delta_{\text{и.п}} = \Delta_{\text{о.п}} + \sum_{i=1}^l \Delta_{\text{д.п}i}, \quad (3.1)$$

где $\Delta_{\text{д.п}i}$ — пределы допускаемых дополнительных погрешностей, вызванных i -й влияющей величиной.

Границы инструментальной погрешности симметричны относительно нуля и составляют $\pm\Delta_{\text{и.п}}$. Если заданы относительные значения основной $\delta_{\text{о.п}}$ и дополнительных погрешностей $\delta_{\text{д.п}i} = \Delta_{\text{д.п}i}/x$, то их суммируют аналогично:

$$\delta_{\text{и.п}} = \delta_{\text{о.п}} + \sum_{i=1}^l \delta_{\text{д.п}i}. \quad (3.2)$$

Основная и дополнительные погрешности некоторых измерительных приборов приведены в приложении. В некоторых случаях основную и дополнительные погрешности не оценивают отдельно, а приводят несколько соотношений для расчета общей погрешности в различных условиях эксплуатации. Так, погрешности некоторых средств измерений иногда нормируют в форме $ax + bX_k$ при различных значениях коэффициентов a и b в зависимости от условий эксплуатации.

Пример 3.2. Вольтметром В7-16 измерено постоянное напряжение. Показание прибора $U = 6,382$ В на шкале $U_k = 10$ В при температуре окружающей среды $T = 31$ °С и напряжении питания $U_{\Pi} = 231$ В. Время преобразования 20 мс. Определим инструментальную погрешность.

Как следует из метрологических характеристик вольтметра (см. приложение), температура окружающей среды и напряжение сети

лежат вне нормальной области значений, но не выходят за пределы рабочей области значений. Следовательно, при расчете инструментальной погрешности следует учитывать дополнительные погрешности, обусловленные температурой среды и напряжением питания.

Основная погрешность вольтметра $\delta_{o.n} = (0,05 + 0,05 U_k / U_x) \% = 0,128 \%$.

Дополнительная температурная погрешность $\delta_{д.п.T} = \delta_{o.n} (T - 20) / 20 = 0,070 \%$.

Дополнительная погрешность из-за непостоянства напряжения питающей сети $\delta_{д.п.U} = (0,02 U_k / U) \% = 0,0313 \%$.

Предельная относительная инструментальная погрешность согласно (3.2) составляет 0,229 %, а предельная абсолютная инструментальная погрешность $\Delta_{и.п} = 0,0146 \text{ В} \approx 0,015 \text{ В}$.

Решите задачу 3.

Правила записи результата измерений. Рассчитанные по метрологическим характеристикам средств измерений погрешности являются достаточно грубыми оценками реальной погрешности, характеризующей данный прибор. Поэтому при записи результата измерений нецелесообразно стремиться к излишне точной оценке погрешности. Результат измерений записывают исходя из следующих основных требований:

- погрешность должна быть описана не более чем двумя значащими цифрами. При этом максимальный шаг квантования погрешности, имеющий место между значениями 10 и 11, должен составлять 10 %. Если же цифра старшего разряда погрешности более трех, то иногда погрешность рекомендуют описывать одной значащей цифрой. При этом шаг квантования между значениями 3 и 4 возрастает до 30 %, что в большинстве случаев неприемлемо (В настоящем пособии погрешность будет описываться двумя значащими цифрами.);

- числовое значение результата должно оканчиваться цифрой того же порядка, что и погрешность. Если первая из отброшенных цифр меньше пяти, то оставшиеся после округления цифры не меняют. Если же она больше или равна пяти, то последнюю (округляемую) цифру увеличивают на единицу.

Например, если показания вольтметра 3,632 В, а рассчитанное значение погрешности составляет 0,0268 В, то погрешность следует округлить до 0,027 В. Результат измерений $(3,632 \pm 0,027) \text{ В}$. Если же погрешность составляет 0,164 В, то после округления погрешности до 0,16 В и показания до 3,63 В получим результат в виде $(3,63 \pm 0,16) \text{ В}$.

В некоторых случаях вопреки общепринятым требованиям результат измерений все же записывают без указания погрешности, причем отражают только те значащие цифры, включая нули, в

достоверности которых нет сомнений. Нули, записанные в форме 10^n , не учитывают. Запись показания в форме 1400 В означает, что верны все цифры, включая нули, а погрешность можно оценить как 1 В. Если же показание записано в форме $1,4 \cdot 10^3$ В, то верна только цифра, оценивающая сотни вольт, и погрешность возрастает до 100 В.

Допускается несколько способов записи результатов измерений с учетом случайных и систематических составляющих погрешности. Однако на практике к ним прибегают редко из-за отсутствия информации о составляющих общей погрешности.

Достоинства и недостатки нормирования погрешности по допускаемому пределу. Основное достоинство рассмотренного метода нормирования погрешностей заключается в простоте экспериментального определения пределов допускаемой погрешности, так как нет необходимости исследовать статистические характеристики погрешностей средств измерений. Подобная оценка сильно завышает реально существующие погрешности средств измерений. Попадание погрешности в рассчитанный интервал является практически достоверным событием, оцениваемым вероятностью $P_\Delta = 1$. Пределами допускаемой погрешности нормируют практически все средства измерений массового применения. Часто даже сильно завышенная погрешность приборов, оцениваемая пределом допускаемого значения, оказывается значительно меньше погрешности, которую можно допустить при эксперименте. В таких условиях завышенная оценка погрешности полностью удовлетворяет экспериментатора.

К оценке погрешностей по допускаемому пределу прибегают и тогда, когда недопустимо появление погрешности, превышающей расчетное значение, например, из-за возможных катастрофических последствий или угрозы здоровью людей.

Недостаток рассмотренного метода заключается в том, что пределы допускаемой погрешности являются обобщенной оценкой, в которой нельзя выделить систематическую и случайную составляющие погрешности.

3.3. РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ С УЧЕТОМ МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ

По известной инструментальной погрешности можно рассчитать погрешность измерений, если учесть методическую и субъективную погрешности. Субъективная погрешность при достаточно высокой квалификации оператора обычно пренебрежимо мала, и в дальнейшем она учитываться не будет. Таким образом, общая погрешность измерений $\Delta = \Delta_{\text{и}} + \Delta_{\text{м}}$, где $\Delta_{\text{и}}$ и $\Delta_{\text{м}}$ — инструментальная и методическая погрешности.

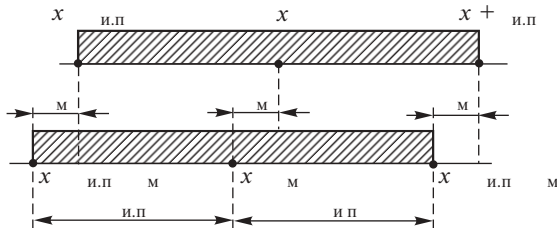


Рис. 3.3. Определение погрешности измерений при известной постоянной методической погрешности

Поскольку рассмотренный метод нормирования инструментальной погрешности — это метод наихудшего случая, то и при оценке погрешности измерений следует так выбирать границы общей погрешности Δ , чтобы в эти пределы попали все погрешности при наименее благоприятном сочетании отдельных составляющих. Рассмотрим частные случаи вычисления погрешности.

Пусть методическая погрешность постоянна, и ее значение известно: $\Delta_m = \theta_m$. В этом случае она имеет систематический характер, поэтому следует ввести поправку в показание. Исправленный результат измерений $x_{ис} = x - \theta_m$. Границы интервала $x + \Delta_{о.п}$ и $x - \Delta_{о.п}$ также сместятся на θ_m (рис. 3.3), а протяженность интервала не изменится. Результат измерений записывают в виде

$$x_{ис} \pm \Delta_{п}; P_{\Delta} = 1, \quad (3.3)$$

где $\Delta_{п} = \Delta_{и.п}$ — предельная погрешность измерений.

Поскольку при задании погрешностей их пределами всегда выполняется условие $P_{\Delta} = 1$, то для более компактной записи результат обычно приводят без указания вероятности: $x_{ис} \pm \Delta_{п}$. Такой формы записи мы будем придерживаться в дальнейшем.

Пример 3.3. Определим результат измерений напряжения для источника питания с выходным сопротивлением 10 кОм и условий, перечисленных в примере 3.1.

Как показано в примере 2.1, методическая погрешность $\delta_m = -R_i/(R_{вх} + R_i) = 10^{-3}$, откуда $\theta_m = -0,0064$ В. Результат измерений согласно (3.3) примет вид $(6,388 \pm 0,015)$ В.

Если же методическая погрешность задана верхним и нижним пределами $\Delta_{м.в}$ и $\Delta_{м.н}$, то можно ожидать, что неопределенность ее задания увеличит результирующую случайную погрешность. Наихудший случай соответствует границам интервала $x - \Delta_{и.п} - \Delta_{м.в}$ и $x + \Delta_{и.п} - \Delta_{м.н}$. Протяженность интервала увеличится и составит $x + \Delta_{и.п} - \Delta_{м.н} - x + \Delta_{и.п} + \Delta_{м.в} = 2\Delta_{и.п} - \Delta_{м.н} + \Delta_{м.в}$. Для того чтобы записать результат с симметричными пределами погрешности, следует ввести поправку $-0,5(\Delta_{м.в} + \Delta_{м.н})$, а погрешность увеличить на $0,5(\Delta_{м.в} - \Delta_{м.н})$. Исправленный результат измерений

$$x_{\text{ис}} \pm \Delta_{\text{п}},$$

где

$$x_{\text{ис}} = x - 0,5(\Delta_{\text{м.в}} + \Delta_{\text{м.н}}); \Delta_{\text{п}} = \Delta_{\text{и.п}} + 0,5(\Delta_{\text{м.в}} - \Delta_{\text{м.н}}). \quad (3.4)$$

Пример 3.4. Определим результат измерений для условий примера 3.2, если известно, что выходное сопротивление источника питания лежит в пределах 0...10 кОм. Расчет по формуле, приведенной в примере 2.1, дает следующие значения: $\Delta_{\text{м.н}} = 0$; $\Delta_{\text{м.в}} = -0,0064$ В. Согласно (3.4) получим результат измерений $(6,385 \pm 0,018)$ В.

Решите задачи 4 и 5.

3.4. НОРМИРОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ СТАТИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Этот метод основан на учете статистических свойств погрешностей и позволяет отдельно учитывать систематические и случайные составляющие.

Оценка инструментальной погрешности статистическим методом. Если экспериментатор выбрал средство измерений случайным образом, то ему неизвестно конкретное значение систематической погрешности и эту погрешность предлагается рассматривать как случайную величину. Ее конкретное значение остается неизвестным, но она подчиняется закону распределения, который можно определять для совокупности средств измерений данного типа. Систематическую погрешность характеризуют числовыми значениями, например математическим ожиданием θ и средним квадратическим отклонением σ_{θ} .

В нормальных условиях общая инструментальная погрешность средств измерений данного типа $\Delta_{\text{и}} = \theta + \varepsilon$. Определив математическое ожидание от правой и левой частей этого равенства, получим $\Delta_{\text{и}} = \theta$, поскольку $\bar{\varepsilon} = 0$. Это значит, что среднее значение погрешностей, полученных при многократных измерениях с помощью разных экземпляров средств измерений данного типа, приближается к $\bar{\theta}$.

Среднее квадратическое отклонение инструментальной погрешности определяется по формуле

$$\sigma_{\text{и}}^2 = \sigma_{\theta}^2 + \sigma_{\varepsilon}^2,$$

т.е. оно зависит не только от среднего квадратического отклонения случайной погрешности, но и от рассеяния систематических погрешностей разных экземпляров средств измерений.

Заметим, что случайные величины ε и θ имеют разный характер. Погрешность ε проявляется в виде случайной величины при измерениях с многократными наблюдениями, выполненными оп-

ределенным экземпляром средств измерений. Случайный характер погрешности θ проявляется при рассмотрении всей совокупности средств измерений данного типа, ее характеристики нельзя определить по одному экземпляру средств измерений.

Случайную погрешность средств измерений делят на три составляющие: собственную погрешность $\varepsilon_{\text{соб}}$, погрешность ε_H , обусловленную гистерезисом, и погрешность квантования ε_μ , зависящую от цены деления μ младшего разряда показания средств измерений:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\text{соб}} + \varepsilon_H + \varepsilon_\mu.$$

Собственная погрешность характеризует рассеяние результатов многократных наблюдений при отсутствии вариации показаний или тогда, когда влияние гистерезиса исключено. Как было показано ранее, погрешность, обусловленную вариацией показаний, считают распределенной по равномерному закону с СКО $\sigma_H = H/\sqrt{12}$. Третья составляющая характеризует погрешность дискретизации, ее СКО $\sigma_\mu = \mu/\sqrt{12}$.

Полагая составляющие случайной погрешности независимыми, получим:

$$\sigma_\varepsilon = [\sigma_{\text{соб}}^2 + (1/12)(H^2 + \mu^2)]^{1/2};$$

$$\sigma_\Pi = (\sigma_\theta^2 + \sigma_\varepsilon^2)^{1/2} = [\sigma_\theta^2 + \sigma_{\text{соб}}^2 + (1/12)(H^2 + \mu^2)]^{1/2}.$$

Значения $\sigma_{\text{соб}}$ и H для разных экземпляров средств измерений данного типа несколько различаются, и для расчета общей инструментальной погрешности берут их предельные значения $\sigma_{\text{соб.п}}$ и $H_{\text{п}}$, которые должны быть приведены в паспортных данных.

Верхняя $\Delta_{\Gamma 2}$ и нижняя $\Delta_{\Gamma 1}$ границы интервала, в котором с заданной вероятностью P_Δ находится инструментальная погрешность, определяются соотношениями:

$$\Delta_{\Gamma 2} = \bar{\theta} + t_1 \sigma_\Pi; \quad \Delta_{\Gamma 1} = \bar{\theta} - t_1 \sigma_\Pi,$$

где t_1 — коэффициент, зависящий от выбранного значения вероятности P_Δ и закона распределения погрешности Δ_Π .

Точное значение t_1 , соответствующее заданной вероятности P_Δ , можно определить, только зная закон распределения погрешности Δ_Π — композицию законов распределения всех составляющих общей погрешности. Если композиция неизвестна, то значение t_1 можно приближенно определить графически (сплошные линии на рис. 3.4). Штриховой линией на рис. 3.4 показано значение t , определенное для нормального закона распределения погрешностей. Как следует из графика, приближенно можно считать $t_1 \approx t$.

Из-за неопределенности реального вида закона распределения погрешностей найденное по графику значение t_1 является прибли-